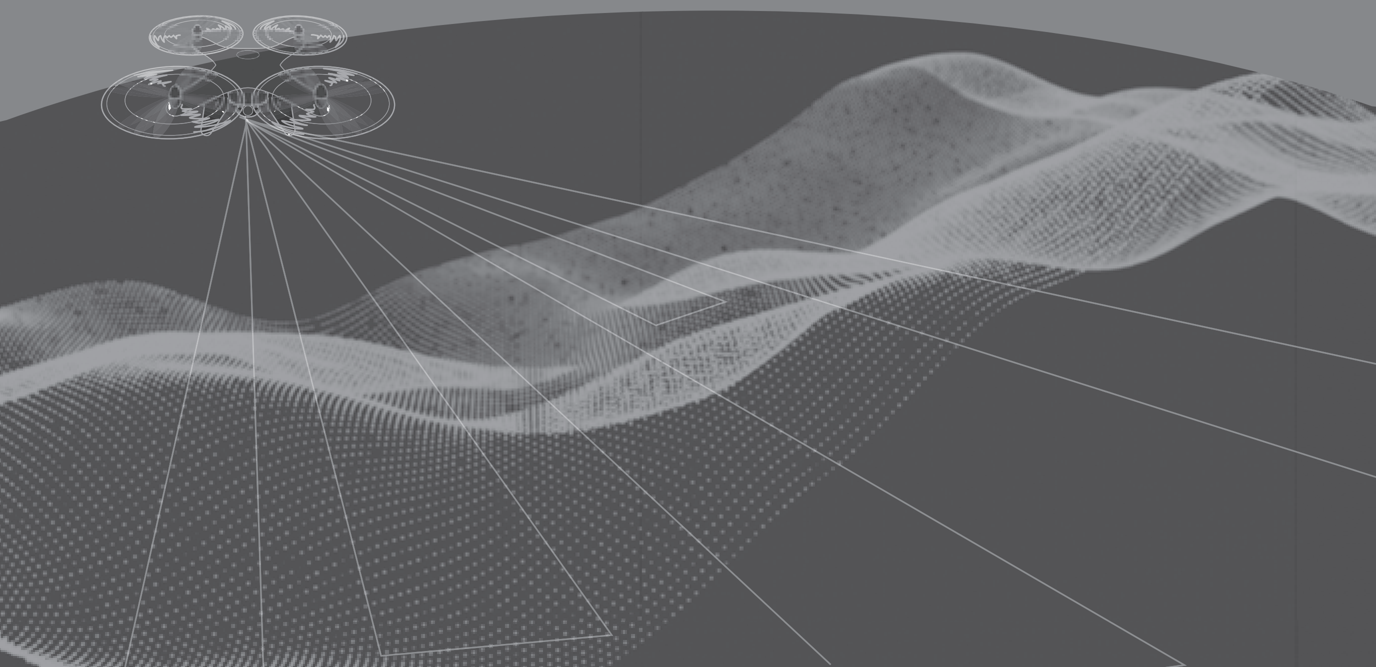
測量士合格ノート

工学修士
黒杉 茂 著



東京法経学院

はしがき

測量士試験は，測量法及び測量法施行令に基づいて行われるものであり，測量技術者として，基本測量と公共測量に従事するために必要な専門的知識と技術を有するか否か，を判定するための国家試験です。そして，その出題内容は測量の基本的理論，測量の実務作業，測量機器の取扱いなど特定分野に偏ることなく，測量全般にわたっての知識が要求されています。

そして，測量士の場合は，測量士補に比較して，それらの内容をより深く掘り下げて理解しておかなければなりません。

本書は，これから測量士試験の学習を始める方々に，いきなり難解な解説をするのではなく，測量士補の復習から始め，短期間で的確に，かつ，合理的な学習を進めることを意図して，午前の択一式はもとより，午後の記述式の必須・選択問題も分類し，試験の合格に必要な知識を体系的，かつ，コンパクトに記述しています。

具体的には，測量概論において，測量に関する基礎的な知識を学び，次に，出題範囲となる測量の各科目について，できるだけ詳細な説明を行っています。

なお，測量作業にとって不可欠な「－公共測量－ 作業規程の準則」については，利用の便を考慮し，本書の最後に試験対策とすべき事項について，まとめて掲載しました。

本書を十分に活用され，一項目ずつ堅実にマスターし，一人でも多くの方が合格の栄冠を勝ち取られることを，祈念してやみません。

最後に，本書が仕上がるまでに，つたない原稿を整理していただいた編集スタッフや，表記の間違いや校正等でお世話になった岩見恵子さんほか，関係する皆様には，様々な貴重な助言とお世話をいただきました。この場を借りて御礼申し上げます。
有難うございました。

2023 年 1 月

東京法経学院専任講師
工学修士　　　　　　黒杉茂

目次

第1章　測量概論

学習ガイダンス ………… 15
1－1 測量の定義と分類 ………… 16
1－2 測量の基準 ………… 21
1－3 測量誤差 ………… 36
1－4 重み平均（重量平均）と標準偏差 ………… 48
1－5 正規分布 ………… 56
1－6 座標回転 ………… 65

第2章　多角測量

学習ガイダンス ………… 81
2－1 多角測量の概念 ………… 83
2－2 多角測量と基準点測量 ………… 87
2－3 トータルステーションの測角機能の構造 ………… 97
2－4 TSによる角観測の誤差と消去法 ………… 101
2－5 TSによる観測上の注意事項 ………… 107
2－6 TSの性能と観測値の許容誤差 ………… 111
2－7 方向観測法 ………… 113
2－8 水平角の最確値と標準偏差 ………… 121
2－9 鉛直角の観測 ………… 124
2－10 偏心補正計算 ………… 131
2－11 偏心補正計算（相互偏心） ………… 140
2－12 間接水準測量 ………… 144
2－13 基準面上の距離 ………… 149
2－14 トータルステーションの測距機能（光波測距儀） ………… 154
2－15 TSによる距離測定の誤差 ………… 158
2－16 気象要素（気温及び気圧）の測定誤差 ………… 160
2－17 TSによる距離測定の定数の決め方 ………… 162
2－18 測距と測角のつり合い ………… 165
2－19 観測方向角の計算と誤差伝播 ………… 167
2－20 緯距及び経距の計算と標識偏差 ………… 172
2－21 合緯距（X）及び合経距（Y）の計算 ………… 182

2－22　基準点測量の現地計算　185
2－23　観測方程式　191

第３章　汎(はん)地球測位システム測量

学習ガイダンス　203
3－1　GNSS測量の概要　205
3－2　座標系　212
3－3　測位原理と特徴　217
3－4　誤差要因　231
3－5　観測点の選点及び観測上の注意事項　234
3－6　PCV補正とセミ・ダイナミック補正　237
3－7　基線解析　246
3－8　GNSSに関係する用語　256

第４章　水準測量

学習ガイダンス　263
4－1　レベル等による水準測量の概念　265
4－2　水準測量と標高の基準面　274
4－3　水準測量の誤差　277
4－4　視準軸誤差　279
4－5　鉛直軸誤差　282
4－6　標尺の目盛誤差（標尺補正）　284
4－7　標尺の零目盛誤差　288
4－8　標尺の傾斜誤差　290
4－9　球差と気差（両差）　292
4－10　直接水準測量の方法　295
4－11　水準測量の観測作業上の注意事項　297
4－12　視準距離のとり方　300
4－13　昇降式による高低計算　302
4－14　単位距離当たりの往復差の制限と誤差伝播　305
4－15　往復観測値の較差の制限　308
4－16　往復差から1km当たりの標準偏差　313
4－17　水準網観測の閉合差の制限　317
4－18　重量平均による標高の最確値と標準偏差　322
4－19　渡海（河）水準測量　326

4 − 20 楕円補正と変動補正 …… 329
4 − 21 観測方程式 …… 334
4 − 22 GNSS 測量機による水準測量 …… 345

第 5 章　地形測量

学習ガイダンス …… 359
5 − 1 地形測量の概念 …… 361
5 − 2 TS 等による細部測量 …… 366
5 − 3 RTK 法等を用いる細部測量 …… 371
5 − 4 等高線（コンターライン） …… 376
5 − 5 等高線の利用法 …… 379
5 − 6 TS で求めた標高の誤差 …… 384
5 − 7 TS による地形測量の水平位置の誤差 …… 389
5 − 8 数値地形図の修正 …… 394
5 − 9 数値標高モデル（DEM） …… 401
5 − 10 地上レーザスキャナを用いた測量 …… 406
5 − 11 車載写真レーザ測量 …… 413

第 6 章　写真測量

学習ガイダンス …… 421
6 − 1 写真測量の概念 …… 423
6 − 2 撮影高度と縮尺の関係 …… 437
6 − 3 写真の特殊 3 点及び写真像のぶれ …… 443
6 − 4 撮影基線と主点基線 …… 447
6 − 5 写真の重複度 …… 451
6 − 6 撮影計画の計算 …… 458
6 − 7 比高による写真像のずれ …… 462
6 − 8 空中写真の実体視 …… 466
6 − 9 実体空中写真測量の概要 …… 469
6 − 10 標定 …… 470
6 − 11 同時調整 …… 474
6 − 12 デジタルステレオ図化機 …… 481
6 − 13 空中写真の判読 …… 485
6 − 14 人工衛星からのリモートセンシング …… 488
6 − 15 UAV を用いた測量 …… 493

6 − 16 写真地図作成 505
6 − 17 航空レーザ測量 511

第７章　GISを含む地図編集

学習ガイダンス 527
7 − 1 地図の投影法 529
7 − 2 平面直角座標系 542
7 − 3 UTM 座標系 547
7 − 4 地図の読図 552
7 − 5 図郭線からの経緯度計測 562
7 − 6 既成図数値化 568
7 − 7 GIS（地理情報システム） 572
7 − 8 地理空間情報と JPGIS 582
7 − 9 基盤地図情報 594

第８章　応用測量

学習ガイダンス 609
8 − 1 路線測量の概念 611
8 − 2 中心線測量 619
8 − 3 平面曲線における単曲線の公式 626
8 − 4 クロソイド曲線 634
8 − 5 勾配の表し方 651
8 − 6 河川測量の概念 655
8 − 7 流量と平均河床高 667
8 − 8 用地測量の概念 678
8 − 9 座標法による面積計算 686
8 − 10 土地の分割と境界線の整正 692
8 − 11 土量の計算方法 702

第９章　測量に関する法規

学習ガイダンス 709
9 − 1 測量法 710
9 − 2 測量法施行令 723

第 10 章　－公共測量－作業規程の準則

学習ガイダンス ………… 731
作業規程の準則の利用にあたって ………… 732
10－1　総則 ………… 734
10－2　基準点測量 ………… 738
10－3　レベル等による水準測量 ………… 761
10－4　GNSS 測量機による水準測量 ………… 770
10－5　地形測量（現地測量） ………… 776
10－6　地上レーザ測量 ………… 786
10－7　車載写真レーザ測量 ………… 790
10－8　UAV 写真測量 ………… 795
10－9　空中写真測量 ………… 800
10－10　既成図数値化 ………… 815
10－11　写真地図作成 ………… 818
10－12　航空レーザ測量 ………… 822
10－13　地図編集 ………… 830
10－14　基盤地図情報の作成 ………… 832
10－15　三次元点群測量 ………… 835
10－16　路線測量 ………… 842
10－17　河川測量 ………… 851
10－18　用地測量 ………… 856

付録

付録 1　三角関数真数表 ………… 864
付録 2　数学の公式集 ………… 866
付録 3　平面直角座標系 ………… 870

索引 ………… 874

本書の利用にあたって

本書「測量士　合格ノート」は，測量士試験の全出題範囲について解説した基本書であり，作業規程の準則を含めて構成されています。

また，測量士試験の学習に必要となる数学の知識については，入門書「明快よくわかる数学（改訂版）」において解説しています。

本書並びに「明快！よくわかる数学（改訂版）」の内容と構成については，以下のとおりです。ご利用にあたって，ご一読ください。

『明快！よくわかる数学（改訂版）』と
『測量士　合格ノート』の構成

明快！よくわかる数学（改訂版）	第１章　四則の計算 第２章　式の計算 第３章　図形の基本性質 第４章　比と比例 第５章　三角比 第６章　平面図形と式 第７章　測量の計算
測量士合格ノート	第１章　測量概論 第２章　多角測量 第３章　汎(はん)地球測位システム測量 第４章　水準測量 第５章　地形測量 第６章　写真測量 第７章　GIS を含む地図編集 第８章　応用測量 第９章　測量に関する法規 第 10 章　－公共測量－ 作業規程の準則 付録

◈ 明快！よくわかる数学（改訂版）

学習の基礎となる数学について，ごく基本的な事項から一歩一歩段階的に学ぶことができるように作成された，本学院出版の入門書（定価：本体 3,000 円＋税）です。

内容は，測量士試験や土地家屋調査士試験の学習に必要な知識に絞っており，初歩的な知識から系統づけて解説しています。そのため，数学を得意とする方には知識の整理や再確認に役立つとともに，数学を不得意とする方には，試験に必要な数学の力が飛躍的についてくるように編集したものです。

ぜひ，別途にご購入のうえご活用いただければ幸いです。

◈ 測量士　合格ノート

測量士試験に必要な測量の知識について，試験科目ごとに章立てて解説するとともに，測量作業に必要な「作業規程の準則」を掲載しています。

第 1 章において，測量の基礎的理論と各科目に共通する測量の基準及び測量に伴う誤差などについて掲載し，第 2 章から第 9 章では，試験科目ごとに重要事項をまとめています。

なお，第 10 章には，測量作業に不可欠な「−公共測量−作業規程の準則」については，その全文を掲載することは不可能なので，受験対策として必要と思われる部分のみについて掲載しています。

「測量士　合格ノート」の内容と構成は以下のとおりです。

○　各章の冒頭では，「学習ガイダンス」として，科目ごとの「学習方法」と「重要事項の位置づけ」について説明しています。

○　各項目においては，まずその基礎的内容を説明し，さらに理解を深めるための確認問題とその解説を設けています。

○　付録として，巻末に「三角関数真数表」，「数学の公式集」及び「平面直角座標系」を収録しています。

○　重要な各項目については，★☆☆ ★★☆ ★★★ で表記しております。

重要度
- ★☆☆ … 6 ～ 10 年に一度くらいの頻度で出題される項目です。
- ★★☆ … 3 ～ 5 年に一度くらいの頻度で出題される項目です。
- ★★★ … 毎年又は隔年のように本試験で出題される最重要項目です。

第 1 章

測量概論

第１章　測量概論　学習ガイダンス

1. 学習方法

ここに掲載した測量概論の各事項は,「測量とはどのようなものか？」のあらましを理解するのに必要な最低限度の内容を説明したほか，各科目に共通な測量の基準，及び誤差とその取扱いあるいは最確値などについて説明したものである。

したがって，測量の基礎的理論については，その概念のみについて理解しておけばよいが，誤差などの内容については，大半の測量科目において関係するところが多いので，誤差については基本的内容を含め，その応用的範囲をも含めて十分理解しておく必要がある。

2. 重要事項の位置づけ

重要事項に対して，関係する測量内容を挙げれば次のとおりである。

- 1－2　測量の基準 ―― 位置の基準と，楕円体高・ジオイド高・標高の関係が重要
- 1－3　測量誤差
  - 多角測量
    - 距離測定 ―― 距離測定に伴う測量誤差
    - 角観測 ―― 角観測に伴う測量誤差
  - 水準測量 ―― レベルの視準と標尺の読取りに伴う測量誤差
- 1－4　重み平均と標準偏差
  - 多角測量
    - 距離測定の最確値
    - 角観測の最確値
    - 座標値の最確値
  - 水準測量 ―― 標高の最確値
- 1－5　正規分布
- 1－6　座標回転

1－1　測量の定義と分類

測量とは，地球の表面又はその付近における諸点の相対的関係位置を測定して，これを数値又は図紙に表現し，あるいは数値又は図で表された諸点を地上に表示する等の作業をいう。そして，測量には地表面の固定的物体の位置関係を決定又は表現するばかりでなく，動的な位置の流量測定などが含まれるほか，地図の作成や面積と体積を求める作業なども測量として取り扱われている。

1　平面位置と高さの位置

測量は，主として諸点（いくつかの点）の相対的関係位置（相互の位置関係）を決定する技術であり，相対的関係とは相互関係をいい，位置とは水平位置と高さの位置をいう。

図 1・1 において，点 A と点 P の相対的関係位置を決定する場合は，なんらかの方法によって水平距離（水平面に正投影した長さ）l と水平角 α を測定すれば，点 A と点 P（P′）の水平位置が決まる。

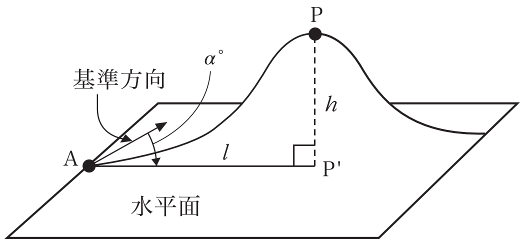


図 1・1

すなわち，点 P は点 A を基点にして $\alpha°$ 方向へ lm のところにあることを知ることで，点 A と点 P の水平位置関係が決まることになる。

次に高さの位置は，なんらかの方法で高低差 h を測定すれば，点 A と点 P の高さの位置を知ることができる。

2　位置の決定法

測量は諸点の相対的関係位置（相互の位置関係）を求めることであり，基本的な位置の決定法としては，次のような方法がある。

(1)　水平位置の決定法

ア）図 1・2(a)において，点 A，B を基準とし，S_1 及び S_2 の水平距離を測定すれば点 P の水平位置が定まり，この測量方法を**三辺測量**といい，現在は基準点測量と

しては用いられない。

イ）図1・2(b) において，点A，Bを基準方向とした水平角 α と水平距離 S を測定すれば点Pの水平位置が定まり，この測量方法を**多角測量**（**トラバース測量**）という。

ウ）図1・2(c) において，点A，Bを基準とした水平角 α 及び β と水平距離 S を測定すれば点Pの水平位置が定まり，この測量方法を**三角測量**といい，現在は基準点測量としては用いられない。

エ）図1・2(d) において，点A，Bを基準とした水平距離 S_1 と S_2 を測定すれば点Pの水平位置が定まり，この測量方法を**支距法**（**オフセット**）という。

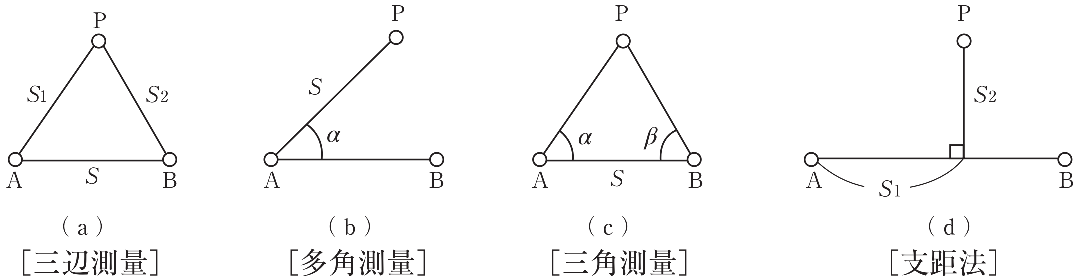


図1・2

(2) 高さの位置の決定法

ア）図1・3(a) において，AB間の水平距離 S と点Aと点Bの鉛直角（又は高度角）α を測定すれば，高低差 h が定まり，この測量方法を**間接水準測量**という。

イ）図1・3(b) において，点Aと点Bに目盛の付いた尺を立てて，その読みを a 及び b とすれば，AB間の高低差 h は，$h = (a - b)$ で求めることができ，この測量方法を**直接水準測量**という。

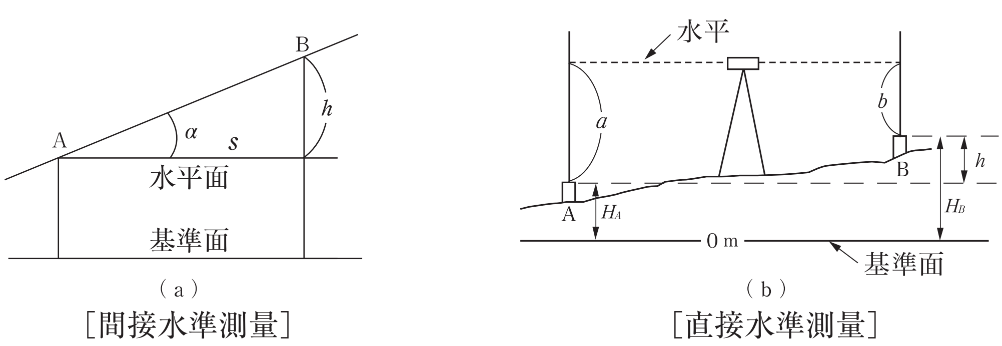


図1・3

3 測量とは

これから，種々の測量について学習していくことになるが，その要点は次のようにまとめることができる。

測量とは
- ①位置の表し方　……〔ルール〕
  すなわち，座標系などの理解がポイントとなる。
- ②位置の求め方
  - ③器械の扱い方　……〔技術〕
  - ④誤差の処理　……〔現実問題〕

つまり，測量とは，〔ルール〕，〔技術〕，〔現実問題〕という３つの要素から成り立っており，ここで，〔ルール〕と〔現実問題〕は，時代が変わっても変化のないものである。それに対して，③器械の扱い方，すなわち，〔技術〕に関しては，器械の発達に伴い，どんどん進歩しているのである。そして，これらの事柄を各論の学習を通して深めてほしい。

4 測量の分類

測量は，諸点の関係位置を定める技術であるが，この測量に関して，一般的に分類されている測量の種類を挙げれば，次のとおりである。

1）測量区域の大・小による分類

(1) **平面測量**　地球表面の一部を平面とみなして行う測量
なお，ほとんどの公共測量がこれに該当する。

(2) **大地測量**　（又は測地学的測量）　地球の曲率を考慮して行う測量
なお，国土地理院が行う基本測量はこれである。

2）目的による分類

(1) 距離測量　距離を測定する測量
(2) 角測量　水平角又は鉛直角を観測する測量
(3) 水準測量　高低差を観測する測量
(4) 路線測量　線状構造物の設計のための測量
(5) 河川測量　河川の維持管理等に用いる測量
(6) 用地測量　用地取得などに必要な図面を作成する測量

3）使用器械による分類

⑴　セオドライト（トランシット）測量　⑵　レベル（水準）測量
⑶　平板測量　⑷　トータルステーション測量　⑸　写真測量
⑹　GNSS 測量

4）測量方法又は手段による分類

⑴　三角測量　⑵　多角測量　⑶　水準測量　⑷　平板測量
⑸　写真測量　⑹　トータルステーション測量　⑺　GNSS 測量

5）測量順序による分類

⑴　**基準点測量**　基準点測量としては，多角測量，トータルステーション測量，GNSS 測量及び水準測量が挙げられる。

⑵　**細部測量**　基準点測量によって設置された基準点をもとに，その周辺の地形（地表の起伏や状態など）や地物（家屋や橋などの構造物）の位置を決定する作業をいい，細部測量としてはトータルステーション測量，GNSS 測量及び支距法がある。

6）測量法による分類

測量法では，測量を次の3種類に分類していて，ピラミッド構造の仕組みになっている。

⑴　**基本測量**　すべての測量の基礎となる測量で，国土交通省国土地理院が行う測量をいう。

⑵　**公共測量**　基本測量以外の測量で，次に掲げるものをいう。ただし，建物に関する測量その他の局地的測量又は小縮尺図の調製その他の高度の精度を必要としない測量で政令で定めるものを除く。

一　その実施に要する費用の全部又は一部を国又は公共団体が負担し，又は補助して実施する測量

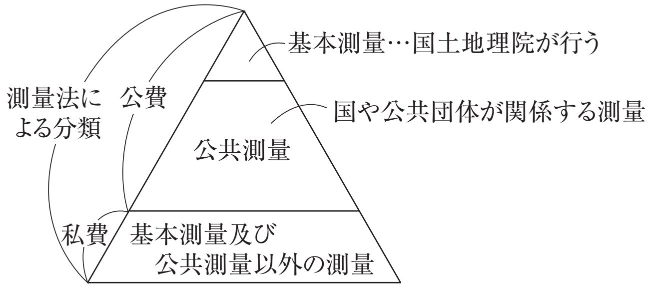
二　基本測量又は前号の測量の測量成果を使用して次に掲げる事業のために実施する測量で国土交通大臣が指定するもの

イ　行政庁の許可，認可その他の処分を受けて行われる事業

ロ　その実施に要する費用の全部又は一部について国又は公共団体の負担又は補助，貸付けその他の助成を受けて行われる事業

⑶　**基本測量及び公共測量以外の測量**

基本測量又は公共測量の測量成果を使用して実施する，基本測量及び公共測量以外の測量をいう。



※その他の測量…測量法の適用を受けない測量
（例）・建物に関する測量
・高い精度を必要としない測量

1−2 測量の基準

重要度 ★★★

測量は，地球の表面における位置関係を正確に表現する必要があるので，世界的に統一された基準に基づいて実施する必要があるが，その基準について説明すれば次のとおりである。

1 地球の形状と大きさ

地球の形状は極めて球に近い回転楕円体である。

回転楕円体とは，図1・4における楕円の短軸 b を回転軸として回転してできた楕円体をいい，この回転楕円体に地球の長半径（赤道半径）a と扁平率の数値を与えたものを**準拠楕円体**という。

わが国の準拠楕円体（GRS80（測地基準系1980））の長半径及び扁平率の値は次のとおりである（測量法施行令第3条）。

長半径 6,378,137m 扁平率 298.257222101 分の 1

なお，「準拠」とは，よりどころにするという意味であり，わが国では，GRS 80 楕円体をよりどころとして，測量を行っているのである。

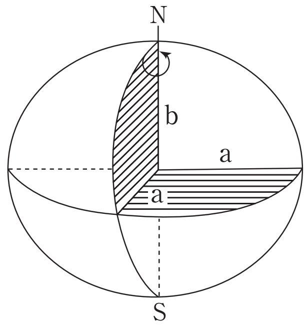


図1・4

また，扁平率とは，図1・4における $\dfrac{a-b}{a}$ の値のことである。

2 日本の測地系について

(1) 測地系とは

測地系（測地基準系ともいう。）とは，測量の基準となる準拠楕円体とその上に定義された座標系をいう。つまり，地球上の位置を緯度・経度で表すための基準のことである。全国で統一的な測量を行うためには，地球の形状・大きさ・位置の表示・投影方法など，測量の基準を定める必要があることから設けられているものである。日本では，この基準は，測量法第11条によって定められている。

(2) 日本が採用している世界測地系

世界測地系には，ITRF 系（国際地球基準座標系），アメリカの GPS に用いられ

ている WGS 系，ロシアの測位システムに用いられている PZ 系があるが，日本が採用している世界測地系は，ITRF 系（国際地球基準座標系）と GRS 80（測地基準系 1980）楕円体である。

ITRF 系は三次元直交座標系であり，地球の重心に原点を置き，X 軸をグリニッジ子午線と赤道との交点方向，Y 軸を X 軸から東回りに 90度（東経 90度）方向，Z 軸を地球の自転軸（北極方向）にとって空間上の位置を X，Y，Z 座標の数値で表現するものである。しかし，位置表現が三次元直交座標では使いにくいため，GRS 80 楕円体を用いて経度，緯度を表現している。そして，わが国が採用した測地基準系を「日本測地系 2000」といい（一般的には，世界測地系の一つであることから「世界測地系」という。），日本測地系 2000 で得られた測地基準点成果を「測地成果 2000」という。

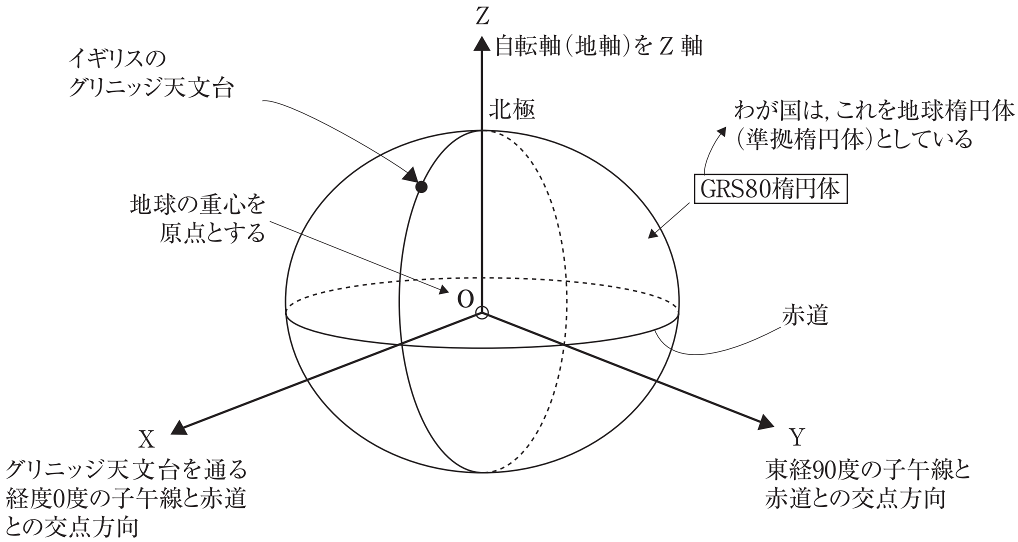


図 1・5　ITRF 系の地心直交座標系

なお，GNSS 測量で用いられている座標系は，わが国が採用した ITRF 系とは異なるものであるが，アメリカの GPS で用いている WGS－84 系の場合は，ITRF 系との差はごくわずかのため，同一のものとして扱ってよいこととなっている。ロシアの GLONASS で用いている PZ 90 系から ITRF 系へは，公表されたパラメータで座標変換をすることになる。

ここで，GNSS（Global Navigation Satellite System：汎（全）地球航法衛星システム）とは，次のように定義されている（作業規程の準則第 21 条第 4 項）。

GNSSとは
- ・GPS
- ・準天頂衛星システム
- ・GLONASS
- ・Galileo
- ……等

→ 人工衛星からの信号を用いて位置を決定する衛星測位システムの総称

なお，GNSS測量においては，次のものに限定して適用している。

GNSS測量
- ・GPS
- ・準天頂衛星システム
- ・GLONASS

なお，準天頂衛星は，GPS衛星と同等の衛星として扱うことができるものとし，これらの衛星をGPS・準天頂衛星と表記する。

(3)「測地成果2000」の構築から「測地成果2011」へ

測地成果2000の構築にあたっては，VLBI（超長基線電波干渉測位計）という技術を用いている。

VLBIは，遠くの天体であるクェーサーからの電波を利用して，数千キロという長距離を高精度で測定することができる装置である。

測地成果2000では，まず，国際的な観測から求められた茨城県の石岡VLBI観測局の座標を用いて，他の国内のVLBI観測局の座標を求めた。次に，これらの国内のVLBI観測局の座標をもとに，全国に設置された電子基準点（GNSSの連続観測を行っている観測点）の座標値の計算を行った。

さらに，電子基準点の座標値を骨格として，一等～三等三角点の座標値を計算した。また，四等三角点などについては，一等～三等三角点の新旧座標差を用いて開発した座標変換プログラムにより測地成果2000の座標値を計算することになる。

なお，平成23年の東北地方太平洋沖地震に伴う測量成果改定にあたって，東日本の1都19県の測量成果（三角点の経緯度等）は，最新のITRF2008に基づくものとなった。地震の影響がほとんど見られなかったそれ以外の地域は，これまでどおりITRF94である。そして，これを機に，日本全国の三角点の測量成果を「測地成果2011」とした。

3 位置の基準

地球表面上の位置を表す方法としては，**球面的位置を表す地理学的経緯度と平面的位置を表す平面直角座標**とがあり，また，**高さの位置を表すジオイド**（高さの基準面）があり，これらは測量法によって定められている。

そこで，測量法第11条に基づき，地球表面上の位置の表し方をまとめると，次のとおりである。

要点⇩

位置の表し方
- ① 地理学的経緯度及び平均海面からの高さで表示する。……原則として，この方法で表す。
- ② 直角座標及び平均海面からの高さで表示する。
- ③ 極座標及び平均海面からの高さで表示する。
- ④ 地心直交座標で表示する。

(1) 地理学的経緯度

準拠楕円体の自転軸（短軸）が準拠楕円体面と交わる点を北極及び南極といい，自転軸を含む無数の平面（子午面）が準拠楕円体面と交わる線を**経線**（子午線），また，自転軸の中心に直交する平面（赤道面）が準拠楕円体面と交わる線を赤道といい，赤道面に平行な無数の平面が準拠楕円体面と交わる線を**緯線**（平行圏）という（図１・６参照）。

(i) 経度

英国のグリニッジ天文台を通る子午面（線）を基準（ 0°）として，ある地点を通る子午面（線）が地球中心でなす角を経度といい，経度 0° から東側は東経，西側は西経で表し，東経及び西経はそれぞれ 0° から 180° まで数えられる。

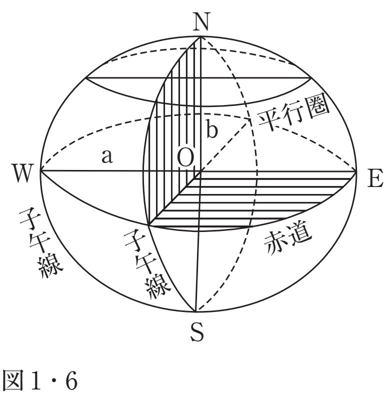


図１・６

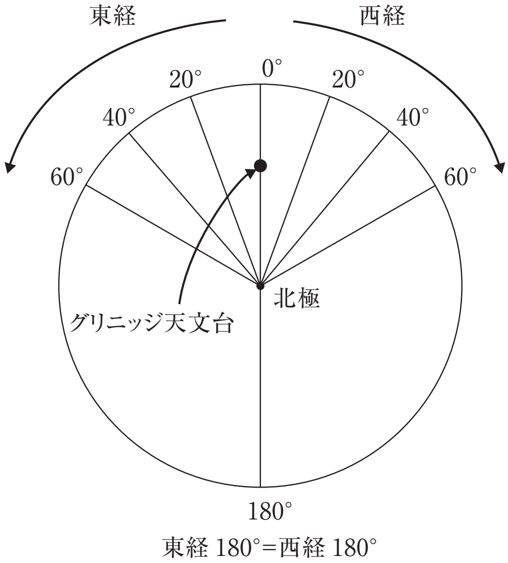


図1・7　地球を上（北極のほう）から見た図

(ii) 緯度

その地点における緯線と赤道面がなす角を緯度といい，緯度は赤道面（ 0°）を基準として北を北緯，南を南緯で表し，北緯及び南緯はそれぞれ 0°～ 90°まで数えられる。

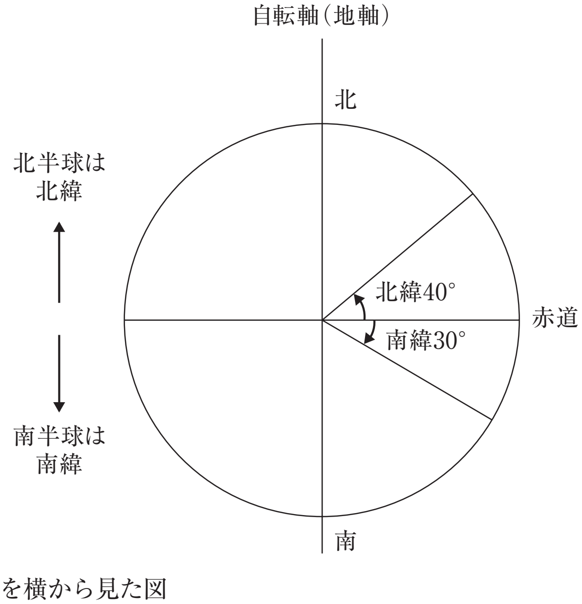


図1・8　地球を横から見た図

〔補足〕

地球は回転楕円体であるため，緯度は正確にいうと，回転楕円体の表面（接平面）に垂直な直線が赤道平面となす角である。

ⅲ　日本経緯度原点

世界的な経緯度の原点は，グリニッジ天文台を通る子午面と赤道面の交点ということになるが，日本の経緯度原点は，次のように定められている（測量法施行令第２条第１項）。

地点　東京都港区麻布台二丁目18番１地内
　　　日本経緯度原点金属標の十字の交点

原点数値 $\begin{cases} \text{経度　東経　} 139°44'28''.8869 \\ \text{緯度　北緯　} 35°39'29''.1572 \end{cases}$

明治時代には，この経緯度原点を含む一等三角点網で全国を覆い，一等三角測量によって経緯度原点をもとにした各三角点の位置（緯度，経度）を確定し，さらに二等三角点，三等三角点へと拡張して全国に所在する三角点の位置を定めたものであったが，現在の三角点はGNSS測量によって行われたものである。

⑵　平面直角座標系

地理学的経緯度は，地球全体を対象とした場合の位置の表し方であったが，これに対し，部分的な位置を表す方法として平面直角座標系が用いられる。これについては「$\boxed{7-2}$ 平面直角座標系」で説明する。

なお，この平面直角座標系は，日本独自のものであり，私たちの日常生活の範囲は狭いので平面と考えている。そして，平面の場合は，位置の計算が簡単な三角関数で求まるというメリットがあり，実用的で使い勝手がよい。

⑶　ジオイド（高さの基準）

地球は回転楕円体で，その回転楕円面は平滑なものとして取り扱われている。しかし，実際の地球は海あり山ありで，その表面は複雑な凹凸となっている。

そこで，地球表面の約70％を占める海面を陸地部分まで延長し，地球全体を海面で覆ったと考えたときにできる仮想的な海面をジオイドといい，このジオイドが標高０ｍの基準として用いられている。

わが国におけるジオイドは，日本経緯度原点に最も近い**東京湾の平均海面（標高０ｍ）を通る水準面を高さの基準面**としており，この高さの基準面については，「$\boxed{4-2}$ 水準測量と標高の基準面」で説明しているのでこれを参照されたい。

なお，高さの基準には，次の２つがある。

要点⇩

○ 楕円体高……GNSS 測量による高さ……水の流れる方向と必ずしも一致しない。

数学的な計算による高さ

○ ジオイドを基準とした高さである標高……日常生活でいう高さ

→重力が作り出す地球の形であり，ゆるやかな凹凸をしている。

→水の流れる方向と一致している。

この楕円体高と標高の関係を図示すると，次の図のようになる。

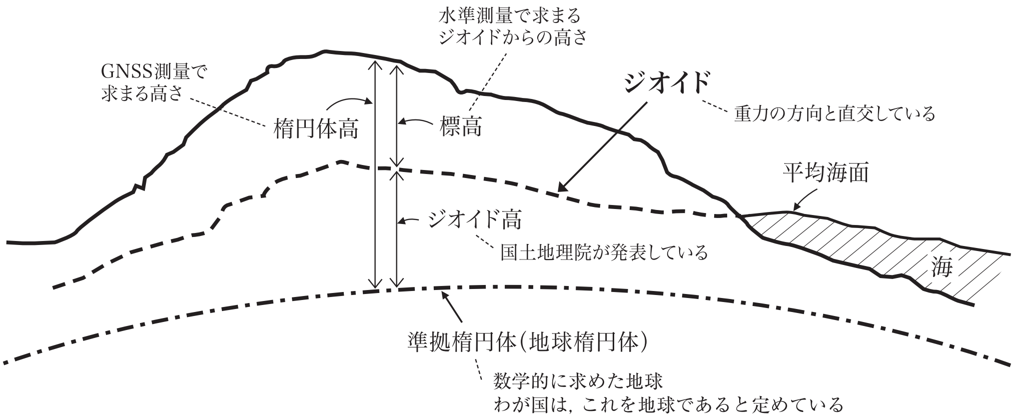


図１・９

したがって，次の関係が成立する。

楕円体高＝標高＋ジオイド高

ここで，地球の形状と位置の基準についてまとめておく。

要点⇩

① 地球上の位置を緯度・経度で表すための基準として，地球の形に近似した回転楕円体が用いられている。
② 標高は，楕円体高とジオイド高を用いて計算することができる。
③ ジオイドは，重力の方向と直交しており，地球の形状と大きさに近似した回転楕円体に対して凹凸がある。
④ GNSS測量で直接求められる高さは，楕円体高である。
⑤ 地心直交座標系の座標値から，当該座標の地点における緯度・経度・楕円体高が計算できる。

4 測量の基準

この項で述べてきた測量の基準は，測量法（昭和24年法律第188号）及び測量法施行令で次のように規定されている。

なお，この測量の基準は頻出事項なので，条文を熟読して理解してほしい。

測量法では，

（測量の基準）

第十一条　基本測量及び公共測量は，次に掲げる測量の基準に従つて行わなければならない。

一　位置は，地理学的経緯度及び平均海面からの高さで表示する。ただし，場合により，直角座標及び平均海面からの高さ，極座標及び平均海面からの高さ又は地心直交座標で表示することができる。

二　距離及び面積は，第3項に規定する回転楕円体の表面上の値で表示する。

三　測量の原点は，日本経緯度原点及び日本水準原点とする。ただし，離島の測量その他特別の事情がある場合において，国土地理院の長の承認を得たときは，この限りでない。

四　前号の日本経緯度原点及び日本水準原点の地点及び原点数値は，政令で定める。

2　前項第一号の地理学的経緯度は，世界測地系に従つて測定しなければならない。

３　前項の「世界測地系」とは，地球を次に掲げる要件を満たす扁平な回転楕円体であると想定して行う地理学的経緯度の測定に関する測量の基準をいう。
一　その長半径及び扁平率が，地理学的経緯度の測定に関する国際的な決定に基づき政令で定める値であるものであること。
二　その中心が，地球の重心と一致するものであること。
三　その短軸が，地球の自転軸と一致するものであること。

測量法施行令では，

（日本経緯度原点及び日本水準原点）
第二条　法第十一条第１項第四号に規定する日本経緯度原点の地点及び原点数値は，次のとおりとする。
一　地点　東京都港区麻布台二丁目十八番一地内日本経緯度原点金属標の十字の交点
二　原点数値　次に掲げる値
イ　経度　東経百三十九度四十四分二十八秒八八六九
ロ　緯度　北緯三十五度三十九分二十九秒一五七二
ハ　原点方位角　三十二度二十分四十六秒二〇九（前号の地点において真北を基準として右回りに測定した茨城県つくば市北郷一番地内つくば超長基線電波干渉計観測点金属標の十字の交点の方位角）
２　法第十一条第１項第四号に規定する日本水準原点の地点及び原点数値は、次のとおりとする。
一　地点　東京都千代田区永田町一丁目一番二地内水準点標石の水晶板の零分画線の中点
二　原点数値　東京湾平均海面上二十四・三九〇〇メートル
（長半径及び扁平率）
第三条　法第十一条第３項第一号に規定する長半径及び扁平率の政令で定める値は，次のとおりとする。
一　長半径　六百三十七万八千百三十七メートル
二　扁平率　二百九十八·二五七二二二一〇一分の一

なお，測量法第11条 第1項第一号の規定を実施するため，地心直交座標で位置を表示する場合の地心直交座標系は，次のように定めている。

平成14年3月14日国土交通大臣 林 寛子

最終改正　平成23年10月21日国土交通省告示第1063号

地心直交座標系

第一

地心直交座標系は，法第11条第3項に規定する扁平な回転楕円体の中心で互いに直交するX軸，Y軸及びZ軸の三軸からなり，各軸の要件は、次のとおりとする。

一　X軸は，回転楕円体の中心及び経度0度の子午線と赤道との交点を通る直線とし，回転楕円体の中心から経度0度の子午線と赤道との交点に向かう値を正とする。

二　Y軸は，回転楕円体の中心及び東経90度の子午線と赤道との交点を通る直線とし，回転楕円体の中心から東経90度の子午線と赤道との交点に向かう値を正とする。

三　Z軸は，回転楕円体の短軸と一致し，回転楕円体の中心から北に向かう値を正とする。

第二

地心直交座標系における日本経緯度原点の座標値は，次の表のとおりとする。

軸	座標値
X軸	－3,959,340.203m
Y軸	3,352,854.274m
Z軸	3,697,471.413m

㊟　これは，IERS（International Earth Rotation Service：国際地球回転観測事業）が構築した3次元直交座標系「ITRF94座標系」と同じ内容である。

〔補足〕

測量の基準は，毎年出題されているので，熟知すること。

確認問題 ❶

次の文は，測量の基準について述べたものである。明らかに間違っているものはどれか。

1. 現在，日本が採用している測地系は，ベッセルが計算した楕円体を準拠楕円体とする。
2. 世界測地系のITRF系は，三次元直交座標系である。
3. 経度は，英国のグリニッジ天文台を通る子午面（線）を基準（0°）としている。
4. 緯度は，赤道面となす角度で表される。
5. 日本は，東京湾の平均海面を高さの基準として定めている。

解説

間違っているものは，**1.** である。

わが国が採用している測地系は，世界測地系である。

確認問題 ❷

次の文は，標高，楕円体高，ジオイド高に関係する事柄を述べたものである。明らかに間違っているものはどれか。

1. ジオイドは，平均海面に相当する面を陸地内部まで延長したときにできる仮想の面として定められている。
2. ジオイドは，地球内部の質量分布の不均質などによって，凹凸がある。
3. ジオイドを幾何学的に近似した回転楕円体（準拠楕円体）を定めて，地理学的経緯度の測定に関する測量の基準として用いている。
4. GNSS 測量で得られる高さは，楕円体高である。
5. 標高，楕円体高，ジオイド高の関係は次式のとおりである。

　　標高＝楕円体高＋ジオイド高

解説

間違っているものは，**5.** である。

図 1・10 よりわかるように，標高，楕円体高，ジオイド高の関係は

　　楕円体高＝標高＋ジオイド高　である。

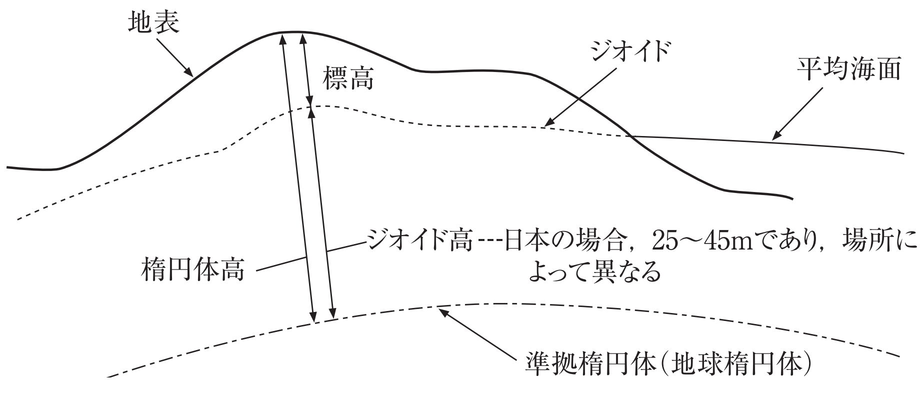


図 1・10

なお，

・準拠楕円体とは測量用語であり，回転楕円体とは数学用語である。

・ジオイドを準拠楕円体と比べたとき，その凹凸は，地球全体では最大約 ± 100m に達する。わが国の場合，ジオイド高は＋25m～＋45m くらいである。

確認問題 ❸

次の文は，国際地球基準座標系（International Terrestrial Reference Frame）（以下「ITRF」という。）などについて述べたものである。明らかに間違っているものはどれか。次の中から選べ。

1. ITRF の X 軸は東経90度の子午線と赤道の交点を通る直線，Y 軸は経度0度の子午線と赤道の交点を通る直線である。
2. ITRF で表す日本列島の位置の X，Y，Z の符号は，X は－，Y は＋，Z は＋である。
3. 日本では，地球の形に近い回転楕円体の準拠楕円体として，GRS80楕円体を採用している。
4. 九州から北海道に向かうベクトル（ΔX，ΔY，ΔZ）の符号は，ΔX は負（－），ΔY は負（－），ΔZ は正（＋）である。
5. ITRF は，GNSS や VLBI などの宇宙測地技術の観測データに基づいて国際地球回転・基準座標系事業（IERS）が提供する地心直交座標系である。

解説

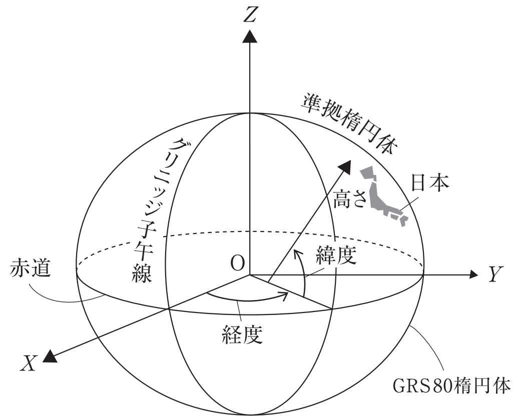


図1・11

1. **間違い。** 図1・11 を参照。
2. 正しい。 図1・11 を参照。
3. 正しい。 図1・11 を参照。
4. 正しい。 北海道は九州より北にあり，また，北海道は九州より東にあるから。
5. 正しい。

確認問題 ❹

次の文は，測量法における測量の基準について述べたものである。 ア ～ カ に入る語句の組合せとして最も適当なものはどれか。次の中から選べ。

基本測量及び公共測量において，「位置は， ア 及び平均海面からの高さで表示するが，場合により，直角座標及び平均海面からの高さ，極座標及び平均海面からの高さ又は イ 座標で表示することができる」と規定され， ア は， ウ に従って測定しなければならない。

ウ とは， エ 及び扁平率が， ア の測定に関する国際的な決定に基づき政令で定める値であるものであること，中心が地球の重心と一致するものであること及び オ が地球の自転軸と一致するものであることの要件を満たす扁平な カ であると想定して行う ア の測定に関する測量の基準をいう。

なお，距離及び面積は， カ の表面上の値で表示する。

	ア	イ	ウ	エ	オ	カ
1.	地心経緯度	平面直角	日本測地系	長半径	短軸	ジオイド
2.	地心経緯度	地心直交	世界測地系	短半径	短軸	回転楕円体
3.	地理学的経緯度	地心直交	世界測地系	長半径	短軸	回転楕円体
4.	地理学的経緯度	平面直角	世界測地系	短半径	長軸	ジオイド
5.	地理学的経緯度	地心直交	日本測地系	短半径	長軸	ジオイド

解説

ア ～ カ に正しい語句を挿入すると，次のようになる。

基本測量及び公共測量において，「位置は，**地理学的経緯度**及び平均海面からの高さで表示するが，場合により，直角座標及び平均海面からの高さ，極座標及び平均海面からの高さ又は**地心直交**座標で表示することができる」と規定され，**地理学的経緯度**は，**世界測地系**に従って測定しなければならない。

世界測地系とは，**長半径**及び扁平率が，**地理学的経緯度**の測定に関する国際的な決定に基づき政令で定める値であるものであること，中心が地球の重心と一致するものであること及び**短軸**が地球の自転軸と一致するものであ

ることの要件を満たす扁平な$\boxed{\textbf{回転楕円体}}$であると想定して行う$\boxed{\textbf{地理学的経緯度}}$の測定に関する測量の基準をいう。

なお，距離及び面積は，$\boxed{\textbf{回転楕円体}}$の表面上の値で表示する。

以上により，正解の選択肢は 3. である。

1−3 測量誤差

重要度
★☆☆

ある未知の距離について同一条件で何回かの測定を繰り返したとき，その結果は一般に一致しないで異なった値を示す。これらは各測定の中に誤差をもっていることを表すものであるから，誤差とは，正しい値と測定値（又は観測値）との差（測定値－正しい値）ということになる。

誤差は，その原因や性質によって定誤差と不定誤差に大別される。

1 定誤差（系統的誤差）

定誤差とは，誤差の生ずる原因が明白であり，一定の条件のもとでは常に同一性質をもち，かつ，一定量だけ生じるから，誤差の原因とこれらの生じた状態を調査し，これに応じる誤差量を計算して補正するか若しくは適当な測定（又は観測）方法によって除去しうるものである。

定誤差をその性質によって区分すると**器械的誤差**（例えば，尺の定数による誤差やセオドライトの調整不完全などによる視準軸，水平軸及び鉛直軸誤差など），**物理的誤差**（例えば，傾斜，温度，地球の曲率などの自然的現象によって生ずる誤差など）及び個人誤差（測定者の癖によって常に一定した誤差を与えるもの）に分けられ，これらの**定誤差はすべてなんらかの方法により除去することができるものである**。もし，この定誤差を除去する方法をとらない場合は，誤差の生ずる機会（回数）に比例してその量は増大することとなる。

2 不定誤差（偶然誤差）

同一距離を同一条件で何回か測定し，それぞれの測定値から定誤差を除去したとしても，なお各測定の値は一致しない。

これは使用する機器の性能や測定技術の巧拙（こうせつ）などによって生ずるものであり，その出現の方向や量は全く不定不規則なものであり，測定値にどれだけ影響しているかも明らかでないため，これを取り除くこともできないものである。

よって，不定誤差とは，定誤差を除いてもまだ残る誤差をいい，測定又は観測に際してはやむを得ない誤差であり，**一般に誤差といわれるものは不定誤差である**。

ここで，誤差に関する事柄をまとめると，次のとおりである。

誤差に関連する事柄

① 定誤差 …原因や影響を把握することができるので，除去することを考える。

② 不定誤差 …生じた量（だいたいの量）を調べて，観測の精度の点検に用いる。なお，誤差のバラツキを止めることはできないが，バラツキの幅を小さくするのが測量技術者の役割である。

③ 許容範囲（制限ともいう。）…そのくらいまでの誤差は生じてもやむを得ないので，観測をやり直さなくてもよい。

④ 過失 …器械の操作ミスなどがなければ，そのような大きな誤差は生じないはずである。したがって，もう一度観測をやり直す（再測をする。）。

3 標準偏差

誤差，いわゆる不定誤差は，補正計算や測定（観測）の方法などによって除去することはできないから，何回か測定を繰り返したときの誤差の大きさを知り，測定の良否を判断する必要がある。この誤差の大きさの表し方の一つとして**標準偏差（平均二乗誤差）**が用いられる。

いま，ある距離を相当多数の回数で測定し，その平均値と各測定値の差 $\pm\Delta$ を求め，横軸方向に差の大きさを，縦軸方向に同じ量の誤差を生じた回数を求めれば，誤差の公理から図１・12のような曲線を得ることができる。そして，この曲線を誤差曲線という。

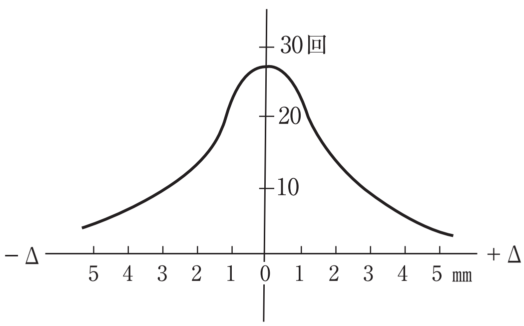


図１・12

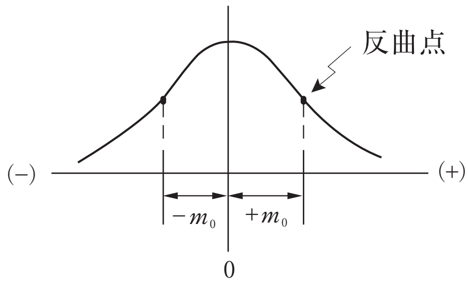


図１・13

⑴　**誤差の公理**

1）同じ大きさの正負の誤差は，同じ頻度で生じる。

2）小さい誤差は大きい誤差よりも多く発生する。

3）非常に大きい誤差はほとんど生じない。

測量の場合においては，真に正しい値を求めることは不可能であり，その近似値が求められるにすぎない。そこで，図1・12からわかるように，測定した値の平均値付近に小さい差が集中しているから，この付近に最も確からしい値があることが想像できるので，この平均値を**最確値**と名づけ，また，最確値と測定値の差を**残差**といい，

要 点⇩

〔残差〕＝〔測定値〕－〔最確値〕

で表され，真の値に対する誤差とは区別している。この残差，いわゆる誤差に相当する値をどの範囲までを採用して誤差とするかによって誤差の量の表し方は異なり，標準偏差は，正の誤差の側及び負の誤差の側について，ちょうどその中央にある誤差，すなわち，誤差を大きさの順序に小さいものから配列したとき，その中央にある誤差をいい，図1・13における反曲点（曲線の曲りの方向が変わる点）までの誤差で表される。

⑵　**1 測定の標準偏差**

1つの未知数を同じ測定精度で n 回測定したときの残差を υ（ギリシャ文字でウプシロンと読む。）とすれば，

要 点⇩

1 測定値の標準差 $\boldsymbol{m_0}$ は，

$$\boldsymbol{m_0} = \pm\sqrt{\frac{\Sigma\upsilon^2}{\boldsymbol{n}-1}}$$

で表される。

1 測定の標準偏差とは，n 回の測定における一つひとつの測定値の誤差を示す‌も

のではなく，n **個の測定値全体での一つの測定値にはどれだけの誤差があるかを表す**ものである。

ここで，もし，真の誤差が求まるならば，

つまり，

真の誤差＝（観測値）－（真値）

であるならば，標準偏差 m は

$$m = \pm\sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n}}$$

となる。

しかし，測量においては真の値は不明であり，真の値の代わりに最確値を用いている。すなわち，最確値を用いているために自由度が 1 つ減少して，1 測定の標準偏差 m_0 は，残差の二乗の和を $n-1$ で割っているのである。

【証　明】

誤差をΔ，残差をv，総和の記号をΣ，データの個数を n とすれば，

$$\begin{cases} \text{誤差}(\Delta) = \text{観測値} - \text{真値} \\ \text{残差}(v) = \text{観測値} - \text{最確値} \end{cases}$$

であるから，この2式より，

$$\Delta = v + (\text{最確値} - \text{真値})$$

となる。両辺を 2 乗すると，

$$\Delta^2 = v^2 + 2 \times v \times (\text{最確値} - \text{真値}) + (\text{最確値} - \text{真値})^2$$

これを観測回数分（n）合計すると，

$$\Sigma\Delta^2 = \Sigma v^2 + \Sigma 2v(\text{最確値} - \text{真値}) + (\text{最確値} - \text{真値})^2 \times n$$

ここで，残差は正負に等しく発生し，総和すると零になるため，$\Sigma v = 0$ である。

したがって，上式は，

$$\Sigma\Delta^2 = \Sigma v^2 + (\text{最確値} - \text{真値})^2 \times n$$

となる。

最確値とは，

$$\text{最確値} = \frac{\text{観測値の総和}}{n}$$ であるから，

$(\text{最確値} - \text{真値})^2$ の部分は

$$(\text{最確値} - \text{真値})^2 = \left(\frac{\Sigma\text{観測値}}{n} - \text{真値}\right)^2 = \left\{\frac{1}{n}(\Sigma\text{観測値} - \text{真値} \times n)\right\}^2$$

$$= \frac{1}{n^2} \times \left\{\Sigma(\text{観測値} - \text{真値})\right\}^2 = \frac{1}{n^2}(\Sigma\Delta)^2$$

誤差の総和の２乗，すなわち，$(\Sigma\Delta)^2$ は，例えば，個々の誤差を a，b，c，……とすれば

$$(a+b+c\cdots\cdots)^2 = a^2+b^2+c^2+\cdots\cdots \underbrace{+2ab+2bc+2ac+\cdots\cdots}_{\text{正負の誤差が同じ頻度で生じるため，和は0になる。}}$$

となるので，n が大きいときは正負の誤差が同じ頻度で生じ，2ab ＋……の和は０になる。

したがって，

$$(\Sigma\Delta)^2 = \Sigma\Delta^2$$

となる。

このことより，

$$\begin{aligned}\Sigma\Delta^2 &= \Sigma v^2 + (\text{最確値}-\text{真値})^2 \times n\\ &= \Sigma v^2 + \frac{1}{n}\Sigma\Delta^2\end{aligned}$$

$$\Sigma\Delta^2 - \frac{1}{n}\Sigma\Delta^2 = \Sigma v^2$$

$$\frac{n-1}{n}\Sigma\Delta^2 = \Sigma v^2$$

$$\frac{\Sigma\Delta^2}{n} = \frac{\Sigma v^2}{n-1}$$

よって，

$$\sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}} = \text{標準偏差}$$

となる。

確認問題 ❶

A，B 2点間の距離を同一方法により5回測定して次の値を得た。この距離の1測定の標準偏差は幾らか。

1回目　63.286 m　　3回目　63.289 m　　5回目　63.287 m

2回目　63.288 m　　4回目　63.285 m

解説

各測定値を l_1，l_2，…… l_n，最確値を L_0，残差を v とすれば，

$$L_0 = \frac{1}{n}(l_1 + l_2 + \cdots\cdots + l_n)$$

$$v_1 = l_1 - L_0$$

$$v_2 = l_2 - L_0$$

……………

……………

$$v_n = l_n - L_0$$

表1・1

回	測定値（l）	残差（v）	v^2
1	63.286m	−1㎜	1
2	63.288	+1	1
3	63.289	+2	4
4	63.285	−2	4
5	63.287	0	0
計	$L_0 = 63.287$	$\Sigma v = 0$	$\Sigma v^2 = 10$

で表されるから，それぞれを表1・1によって求めれば，1測定に対する標準偏差 m_0 は，

$$m_0 = \pm\sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{10}{5-1}} = \frac{\sqrt{10}}{2} = \pm\ 1.6\ \text{㎜}$$

となり，各測定値に± 1.6 ㎜の標準偏差が生じていると考えてよい。

答　±1.6㎜

ここで，1測定に対する標準偏差を求める計算の手順を，表1・1をもとに説明すれば，次のようになる。

（手順その1） 5回の測定値の平均値である，最確値を求める。すなわち，
最確値 $L_0 = 63.287$m を計算。

（手順その2） 〔残差（υ）〕=〔測定値〕−〔最確値〕
を計算して，表に記入する。

（手順その3） 残差（υ）の合計である$\Sigma\upsilon = 0$，必ず零になることを点検する。

（手順その4） 残差の二乗（υ^2）を計算して，表に記入する。

（手順その5） 残差の二乗の合計である$\Sigma\upsilon^2 = 10$を求める。

（手順その6） 公式

$$\text{標準偏差}(m_0) = \pm\sqrt{\frac{\text{残差の2乗の総和}}{\text{測定回数}-1}} = \pm\sqrt{\frac{\Sigma\upsilon^2}{n-1}}$$

に代入して，答えを求める。

⑶ 最確値の標準偏差

ある量をn回測定した場合の1測定に対する標準偏差（誤差）は，前述の方法により求めることができたが，n回測定して求めた最確値にはどれだけの標準偏差が生じるかをみてみる。いま，ある量をn回測定したときの各測定値をl_1，l_2，……，l_nとすれば，最確値L_0は，

$$L_0 = \frac{1}{n}(l_1 + l_2 + \cdots\cdots + l_n) = \frac{1}{n}l_1 + \frac{1}{n}l_2 + \cdots\cdots + \frac{1}{n}l_n$$

となるが，それぞれの測定値l_1，l_2，……，l_nには誤差を有しているから，l_1，l_2，……，l_nに対する誤差をそれぞれm_1，m_2，……，m_nとすれば，最確値L_0に対する誤差mは，次に述べる「4．誤差伝播の法則」により，

$$m^2 = \left(\frac{1}{n}\right)^2 m_1^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 m_2^2 + \cdots\cdots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 m_n^2 = \frac{1}{n^2}(m_1^2 + m_2^2 + \cdots\cdots + m_n^2)$$

で表され，各測定値とも同一の条件によって測定したから，$m_1 = m_2 = \cdots\cdots = m_n$とみなすことができるので，1測定の標準偏差を$m_0$とすれば，

$$m^2 = \frac{1}{n^2}(nm_0^2) = \frac{m_0^2}{n} = \frac{\frac{\Sigma\upsilon^2}{n-1}}{n} = \frac{\Sigma\upsilon^2}{n(n-1)}$$

また，mの大きさは$\Sigma\upsilon^2$に比例するから，いくつかの組に分かれて同一の角度又は距離を測定したときの精度の良否の判定は，各組の$\Sigma\upsilon^2$の大小の比較によって判断することができる（$\Sigma\upsilon^2$が小さいほど精度がよい）。

よって,

要点⇩

最確値の標準差 m は,

$$m = \pm\sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n(n-1)}} = \pm\frac{m_0}{\sqrt{n}} = \pm\frac{\text{1測定の標準偏差}}{\sqrt{n}}$$

で求められる。

最確値に対する誤差がわかれば, この測定の精度は,

$$\text{精度} = \frac{\text{誤差}}{\text{最確値}} = \frac{m}{L_0} = \frac{m \div m}{L_0 \div m} = \frac{1}{L_0 \div m} = \frac{1}{\dfrac{L_0}{m}}$$

となる。

このように, 精度は通常, 分子を1で表す。したがって, 分母が大きいほど精度が高いといえる。

確認問題 ❷

確認問題１の測定結果に基づいて，最確値の標準偏差を求め，さらにこの測定精度を計算せよ。

解 説

測定回数 n は５回であり，また，確認問題１の解説により，残差の二乗の総和 $\Sigma v^2 = 10$ であるから，

最確値の標準偏差は

$$m = \pm\sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{10}{5(5-1)}} = \sqrt{\frac{10}{20}} = \sqrt{0.5} = \pm 0.7\text{㎜}$$

答　±0.7㎜

となる。これは，１測定の誤差が ±1.6㎜ であったが，測定回数を増して，それを平均したことによって誤差が小さくなったことを表している。

また，精度は（精度の誤差は絶対値を用いる。），

$$\text{精度} = \frac{m}{\Lambda_0} = \frac{0.7\text{㎜}}{63.287\text{m}} \fallingdotseq \frac{1}{90000}$$

となる。

答 $\frac{1}{90000}$

4 誤差伝播の法則

L ＝ l₁ ± l₂ ± …… ± lₙ の場合

図1・14のように，独立に測定された各測定値を l_1，l_2，……，l_n とし，それぞれの誤差（標準偏差）を m_1，m_2，……，m_n とすれば，

$$L = l_1 + l_2 + \cdots\cdots + l_n$$

となり，L に対する誤差 M は，誤差伝播の法則により，

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + \cdots\cdots + m_n^2$$

$$M = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \cdots\cdots + m_n^2}$$

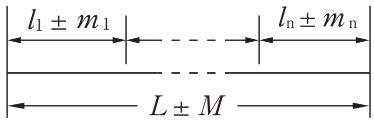


図1・14

ここで，$m_1 = m_2 = \cdots\cdots = m_n = m$ ならば，

$$M^2 = nm^2 \qquad M = m\sqrt{n}$$

となり，各測定区間における誤差 m が同じ量であれば，**全体の標準偏差（不定誤差）M は，測定の機会（回数）の平方根に比例する**ことになる。

確認問題 ❸

図1・15のような多角測量を実施したところ，各夾角（β_1，β_2，β_3，β_4）における観測値の標準偏差は，それぞれ±5″であった。β_1 ～ β_4 から計算により求められた方向角Tの標準偏差は幾らになるか。

ただし，点Aにおける点Cの方向角には，誤差がないものとする。

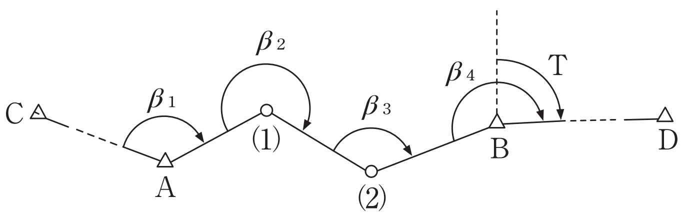


図1・15

解 説

1夾角における夾角の標準偏差（偶然誤差）は±5″であり，標準偏差は，観測の機会（この場合は4回）の平方根に比例するから，点D方向の方向角Tの標準偏差Mは，$M = \pm 5\sqrt{4} = \pm 10''$ となる。

答　±10″

〔補足〕

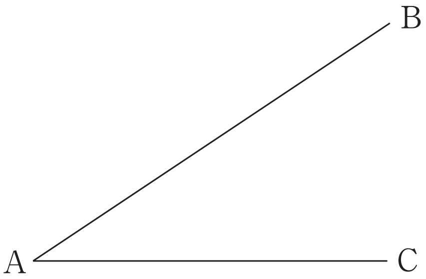


図 1・16

図 1・16 の∠ BAC を測定するためには，AB と AC の両方向を視準しなければならないことになる。

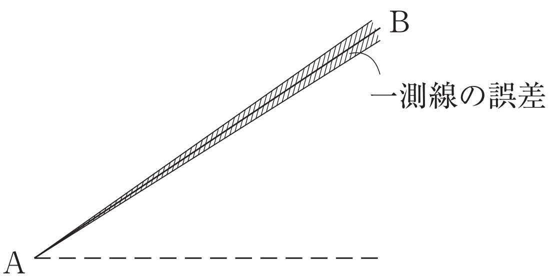


図 1・17

したがって，∠ BAC の測定に含まれる平均二乗誤差（標準偏差）は，測線 AB と測線 AC の両方の誤差の累計と考えられる。それゆえ，角度の場合は，小さい角度（例えば 10°）を観測するときも，大きい角度（例えば 350°）を観測するときも，測定回数は 1 回で同じであるため，平均二乗誤差（標準偏差）は，測定する角度の大きさとは関係がない。

確認問題 ❹

図に示す多角測量を行い，表の観測結果を得た。この場合において，点Bの点Dへの方向角Tの標準偏差を求めよ。

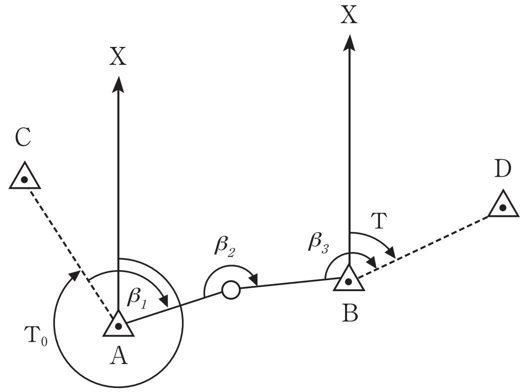


図1・18

表1・2

角	角度	標準偏差
点Aの点Cへの方向角 T_0	326°	2″
夾角 β_1	103°	5″
夾角 β_2	192°	4″
夾角 β_3	158°	6″

解説

本問では，各角度は独立に測定されたものであるため，誤差伝播の法則により

$$M=\sqrt{m_1^2+m_2^2+\cdots\cdots+m_n^2}$$

が成立する。

この式に数値を代入すると，次のようになる。

$$M=\sqrt{(2'')^2+(5'')^2+(4'')^2+(6'')^2}$$
$$=9''$$

答　9″