

無方向多角網の簡易平均法及び厳密網平均との精度の比較

○田島 隆 中央工学校

石部勝政 中央工学校

1. はじめに

筆者の 1 人(田島)は、先に、端点で方向角の取り付けを行わない多角網(以下無方向多角網と呼ぶ)について発表した(1987 年 12 月, APA NO.38-4), その後、建設省公共測量作業規程が平成 7 年に改正される際、上記の方法が一部の多角測量について認められることになった。そのような事から筆者らはその後、種々のコンピュータ実験や、実作業の例について考察を行って来たが、無方向多角網の簡易平均法を最も簡単な結合単路線のみではなく、Y 型多角網等についても行って見た。それらの簡易平均法は原理的にはコンパスルールを用いて誤差配分を行うものであるが、一方、測距、測角の観測方程式による厳密網平均法との間に、新点座標の最確値にどの程度の食い違い(discrepancy)を生ずるか、また、それらは色々のパラメータの変化でどの様に変動するかを調べてみた。同時に厳密網平均法についても我が国で行っている測距、測角の重量のとり方に問題があるので本小論文であわせて議論したい。

2. 多角測量における方向角取り付けの意義

よく知られているように、2 次元平面上の図形を座標系に固定させる自由度は 1 点(X,Y)と 1 方向の 3 量(3 次元空間では 6 量)である。故に若し図形の内に 2 点の既知点 A, B が含まれていれば X_A, Y_A, X_B, Y_B の 4 量が与えられるので図形は当然固定される。従って 2 つの端点が既知点である結合単路線の多角網において原理的に端点から最初の節点をみる方向角の取り付け観測は不必要で余分な作業である。しかもこの観測は端点から遠く離れた別の既知点までの視通を確保しなくてはならないが、両者が最も近い四等三角点であっても最低 1km の視通を確保しなければならず都市部、平野部では容易なことではない。

誤差論的観点からみれば、できるだけ多くの観測を行うことは精度の確保・向上につながることは当然である。方向角取り付け観測も多角網の網の強さ(Net Strength)を強化する貢献をするが、後述するようにそのための経済的負担とバランスがとれる程大きなものではない。しかも今後、精度の高い GPS 電子基準点を与点とする場合、それらとの視通確保は物理的にも不可能であるから、21 世紀の多角測量は無方向多角測量が常態で、方向角取り付け多角は例外的とならざるを得ないであろう。

一方、公共測量作業規程において、厳密網平均による場合は端点での方向角取り付けは義務づけられていない。当然のことながら測距、測角の混合測地網において方向角取り付けは不必要な作業であるからである。それでは何故、簡易平均法による多角測量のみ、このような作業を義務づけられていたかといえば、簡易平均法による無方向多角網のアルゴリズムが確立されていなかったからといわざるを得ない。

3. 無方向多角網(結合単路線)の簡易平均法

図 1 において、端点 A, B は既知点で座標をそれぞれ X_A, Y_A, X_B, Y_B とする。節点を A から B の方向に順次 1, 2, 3, ..., N とし、(N+1)個の辺長、 $S(1), S(2), \dots, S(N+1)$ と各節点における N 個の

夾角 $\alpha(1), \alpha(2), \dots, \alpha(N)$ を観測する。

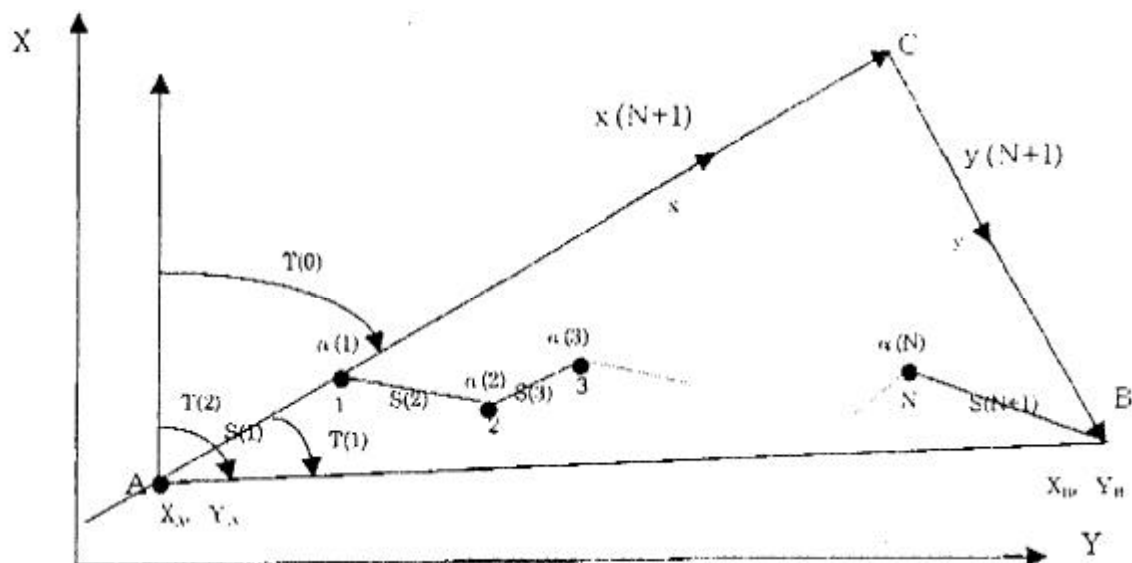
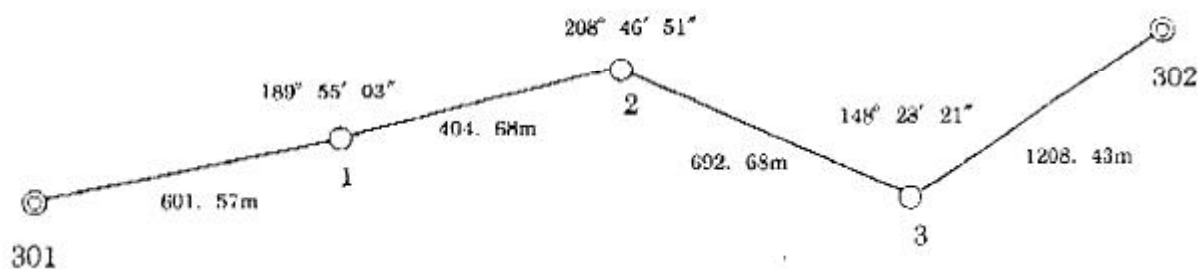


図1 無方向多角測量の原理



第8系	301	X=-53081.600	Y=+779.620
	302	X=-53716.910	Y=+3521.010

図2 無方向結合単路線例図

A から節点 1 をみる方向角を $T(0)$ とすると、この角は A から B をみる方向角 $T(2)$ と、次に、A から節点 1 をみる方向と B をみる方向の夾角、つまり $A \rightarrow 1$ を新しい局地座標の北とする座標系での A から B をみる方向角 $T(1)$ の差に等しい。即ち

$$T(0) = T(2) - T(1) \quad \dots \dots \dots (1)$$

ただし $T(2)$ は、次式で簡単に求められる。

$$T(2) = \tan^{-1} \left[\frac{(Y_B - Y_A)}{(X_B - X_A)} \right] \quad \dots \dots \dots (2)$$

$T(1)$ は観測辺長と観測夾角を用いて次のように求められる。A を原点とし、 $A \rightarrow 1$ を北とする局地座標を (x, y) とすると、まず節点 1 の座標は、

$$x(1) = S(1), \quad y(1) = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

次に節点 2 の座標は

$$x(2) = S(1) + S(2) \cdot \cos[\alpha(1) - 180^\circ] \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$y(2) = 0 + S(2) \cdot \sin[\alpha(1) - 180^\circ] \quad \dots \dots \dots (5)$$

同様に1番目の節点座標は,

$$x(1) = \sum_{i=1}^1 S(i) \cdot \cos \left[\sum_{k=0}^{i-1} \alpha(k) - 180^\circ(i-1) \right] \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$y(1) = \sum_{i=1}^1 S(i) \cdot \sin \left[\sum_{k=0}^{i-1} \alpha(k) - 180^\circ(i-1) \right] \quad \dots \dots \dots (7)$$

ただし、 $\alpha(0) = 0$ とする ($\alpha(0)$ はこの座標系での第1方向角).

次にB点は(N+1)番目の節点とみられるから(x, y)座標系でのB点座標は

$$x(N+1) = \sum_{i=1}^{N+1} S(i) \cdot \cos \left[\sum_{k=0}^{i-1} \alpha(k) - 180^\circ(i-1) \right] \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$y(N+1) = \sum_{i=1}^{N+1} S(i) \cdot \sin \left[\sum_{k=0}^{i-1} \alpha(k) - 180^\circ(i-1) \right] \quad \dots \dots \dots (9)$$

故に(1)式のT(1)は

$$T(1) = \tan^{-1} \left[\frac{y(N+1)}{x(N+1)} \right] \quad \dots \dots \dots (10)$$

と計算される. ただし(8), (9)式の $x(N+1)$, $y(N+1)$ は観測誤差のため厳密にB点と一致せず, (10)式のT(1)および(1)式のT(0)はあくまでも生の観測値から求めた第1近似の値である. ともかく第1近似のT(0)が得られたので, 元の座標系(X, Y)の節点座標は(x, y)座標系と(X, Y)との座標変換, 即ち原点の平行移動(X_A , Y_A)と廻転, T(0)を行って,

$$X(I) = X_A + \sum_{i=1}^I S(i) \cdot \cos \left[\sum_{k=0}^{i-1} \alpha(k) - 180^\circ(i-1) \right] \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$Y(I) = Y_A + \sum_{i=1}^I S(i) \cdot \sin \left[\sum_{k=0}^{i-1} \alpha(k) - 180^\circ(i-1) \right] \quad \dots \dots \dots (12)$$

ただし(11), (12)式における $\alpha(0)$ は

$$\alpha(0) = T(0) \quad \dots \dots \dots (13)$$

である. (11), (12)式でI=N+1とおけばB点の座標 $X(N+1)$, $Y(N+1)$ が得られる. しかしこれらは(11), (12)式に用いられた観測値 $S(i)$ や $\alpha(k)$ に含まれる観測誤差のため X_B , Y_B と一般に一致しない. そこで座標の閉合差(Closing error)

$$D = X(N+1) - X_B \quad E = Y(N+1) - Y_B \quad \dots \dots \dots (14)$$

を(11), (12)式から求めた $X(I)$, $Y(I)$ の暫定値からA点からの距離に比例して誤差配分を行ない節点座標の最確値 $X(I)^*$, $Y(I)^*$ を求める. 即ち全辺長の合計を

$$S(0) = \sum_{i=1}^{N+1} S(i) \quad \dots \dots \dots (15)$$

として

$$X(I)^a = X(I) - D \cdot \sum_{i=1}^I S(i) / S(0) \quad \dots \dots \dots (16)$$

$$Y(I)^a = Y(I) - E \cdot \sum_{i=1}^I S(i) / S(0) \quad \dots \dots \dots (17)$$

が最終の結果である。観測の精度は閉合差および閉合比：D、E 及び $\frac{1}{S(0)} \cdot \sqrt{D^2 + E^2}$ より評価される。

4. 無方向結合単路線簡易平均法の精度

次に前節で述べた簡易平均法の精度を厳密平均と比較してみよう。図2で示した節点が3ヶの結合単路線のモデルについて観測辺長、観測夾角の値を色々変化させ、その各々について簡易平均法と厳密平均法の両方で計算し、節点座標の食い違い δ_x 、 δ_y と座標の標準偏差 $m_0 \sqrt{Q_x}$ 、 $m_0 \sqrt{Q_y}$ を計算する。ただし、 m_0 は単位重みの標準偏差(単位 秒)である。その結果を表1と図3に示す。

表1 結合単路線の簡易平均法と厳密平均法との座標差

m_0 (単位 秒)	節点1		節点2		節点3		平均
	δ_x $m_0 \sqrt{Q_{11}}$	δ_y $m_0 \sqrt{Q_{22}}$	δ_x $m_0 \sqrt{Q_{33}}$	δ_y $m_0 \sqrt{Q_{44}}$	δ_x $m_0 \sqrt{Q_{55}}$	δ_y $m_0 \sqrt{Q_{66}}$	
$\pm 2.24''$	+1/10	+2/10	-1/14	-6/18	-2/14	+4/16	0.170
$\pm 3.34''$	+2/16	+3/24	+1/21	+9/27	-4/21	+7/24	0.186
$\pm 4.66''$	-2/22	-4/34	-1/29	-14/38	+5/29	-11/34	0.185

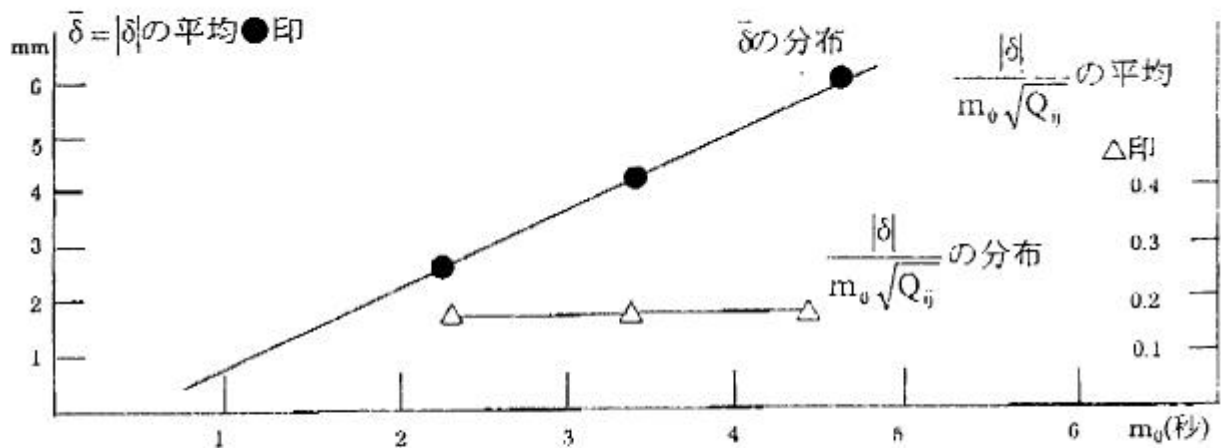


図3 結合単路線の簡易平均と厳密平均による座標の食い違い $|\delta|$ の分布

ただし、 δ_x 、 δ_y は X、Y 座標値について、符号は(簡易平均-厳密平均法)であり単位は mm である。また、それぞれの座標の標準偏差 $m_0 \sqrt{Q_{ii}}$ の単位も mm である。図3は表をグラフに示したもので、横軸は m_0 の大きさをとり、縦軸の黒円は、それぞれの m_0 に対応する節点1、2、3、 δ_x 、 δ_y の絶対

値の平均： $\bar{\delta} = \frac{1}{6} \left\{ \sum_{i=1}^3 |\delta_x^i| + \sum_{i=1}^3 |\delta_y^i| \right\}$ を示した。また△印は $\frac{|\delta_x|}{m_0 \sqrt{Q_{ii}}}$ と $\frac{|\delta_y|}{m_0 \sqrt{Q_{jj}}}$ の全部の平均値である。図3から明らかなことは、

- 1) $\bar{\delta}$ の値は m_0 に比例してほぼ直線的に増大する。即ち単位重みの標準偏差(観測の精度)が非常に

小さいときは、簡易平均法と厳密平均法の結果は限りなく一致することが期待される。

2) $\frac{|\delta|}{m_{ii}\sqrt{Q_{ii}}}$ の平均値は m_{ii} 、即ち観測の精度にほとんど関係なく 17~19% 台の値である。即ち平均的にみると 2 つの平均法のくい違い δ は誤差楕円の半径の 20% 以内に収まっている。

3) しかし個別の観測点についてみると、食い違いの大きいもの(例えば節点、2、3 の Y 座標など)は、 $m_{ii}\sqrt{Q_{ii}}$ の 30% 台になるものもある。

5. 無方向 Y 型多角網の簡易平均法

この章では、より複雑な多角網として Y 型の無方向多角網を調べる。

まず簡易網平均についてであるがこれは Y 型、X 型、H 型・・・のどれについても同様で以下の 2 つの方法が考えられる。

A 方法) どのように複雑な無方向多角網でも、いくつかの結合単路線の合成とみなすことができる。例えば Y 型では端点を A、B、C とすると A→B、B→C、C→A の 3 々の結合単路線の各々について新点座標を計算し平均をとる。交点は 3 回の平均、それ以外の節点は 2 回の計算平均をとる。同様に X 型では、A→B、A→C、A→D、B→C、B→D、C→D の 6 通りの単路線の計算を行い平均をとる。

B 方法) 従来の簡易平均法にこだわりたい場合は以下の方法がある。

A 方法) でいくつかの結合単路線の計算を行うと、自動的に、両端点から最も近い節点をみる方向角の最確値 $T(0)$ が節点座標の最確値を用いて計算される。Y 型ではそれぞれの端点での方向角取り付け角は 2 回計算されるから、それらの平均をとり従来の簡易平均法を用いる。つまり計算から求めた方向角を仮想観測値として使用する方法である。以上の 2 つの方法について実際の作業についての計算例を示す。

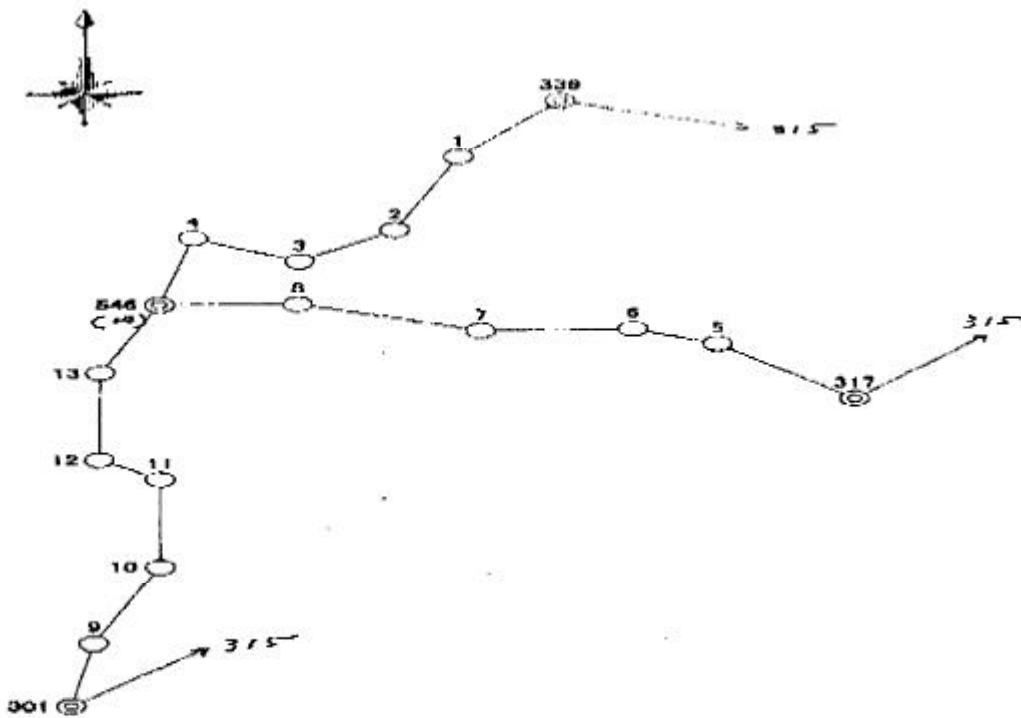


図 4 新潟実習地における Y 型多角網

表2 Y型多角網の計算例題

路線(1)

路線番号(1)		自 339		至 交1 (546)	
測点	夾角	方向角	距離	X	Y
(315)		106° 50' 57"	(平面距離)		
339	115° 38' 11"	222° 29' 05"	257.725	+121006.376	+36936.979
1	161° 17' 14"	203° 46' 16"	268.980	+123816.309	+36762.913
2	213° 23' 10"	237° 09' 22"	193.885	+123570.143	+36654.491
3	237° 26' 00"	294° 35' 19"	200.124	+123464.985	+36491.598
4	79° 30' 57"	194° 06' 13"	234.905	+123548.253	+36309.621
546				+123320.424	+36252.380

路線(2)

路線番号(2)		自 317		至 交1 (546)	
測点	夾角	方向角	距離	X	Y
(315)		46° 54' 36"	(平面距離)		
317	262° 40' 22"	309° 35' 02"	303.947	+122980.328	+37442.998
5	160° 59' 6"	290° 34' 12"	153.906	+123174.016	+37208.756
6	158° 24' 30"	268° 58' 45"	262.315	+123228.096	+37064.666
7	198° 00' 00"	286° 58' 49"	327.108	+123223.433	+36802.400
8	163° 22' 00"	270° 20' 53"	237.191	+123318.974	+36480.560
546	283° 45' 16"	14° 06' 13"		+123320.424	+36252.380
4					

路線(3)

路線番号(3)		自 301		至 交1 (546)	
測点	夾角	方向角	距離	X	Y
(315)		50° 26' 06"	(平面距離)		
301	319° 54' 15"	10° 20' 20"	215.828	+121948.958	+36101.576
9	193° 23' 44"	23° 44' 04"	283.502	+122161.278	+36140.306
10	156° 18' 10"	0° 02' 13"	300.476	+122420.798	+36254.408
11	124° 08' 05"	304° 10' 18"	126.024	+122721.269	+36254.595
12	236° 00' 40"	0° 10' 57"	296.713	+122792.051	+36150.325
13	203° 23' 55"	23° 34' 51"	252.778	+123088.758	+36151.263
546	170° 31' 22"	14° 06' 13"		+123320.424	+36252.380
4					

※方向取付点315(六万騎山 四等三角点) X=123639.667

Y= 38147.829

H= 321.05

中央工学校は新潟県五日町周辺で民宿に宿泊して測量実習を行っているが、図4はY型多角の1例である。与点の301, 317, 339は学校が設定した基準点であるが座標はGPSで求めてあり誤差は数mm以内である。方向角を取り付けた既知点315は四等三角点、六万騎山である。節点は全部で14個で水平角や辺長の観測記録は表2に示した。表2の方向角及び節点座標X, Yの枠の数字は、端点で方向角観測を行ったY型簡易平均計算結果を従来の書式通り記した。なお今回の実習は、10秒読みトランシット2対回観測、測距は1視準2測定を2回行うもので公共測量の2級と3級の中間の精度とみられる。

表3は上述の実習例について、いろいろな簡易平均法から求めた結果を記した。節点座標X, Yの数値の下段Cは表2の右側に記したX, Yの値で、即ち方向角取り付け観測値を用いた従来の平均計算結果である。上段のA欄は端点301, 317, 339で方向角取り付け観測を行わなかったとした無方向Y型の簡易平均A方式の結果であり、B欄はB方式で行った結果である。

表3 いろいろな簡易平均法から求めた節点座標

X(1)=123816.308A 309B 309C	Y(1)=36762.922A 921B 913C	X(8)=123318.990A 998B 974C	Y(8)=36489.568A 576B 560C
X(2)=123570.147A 148B 143C	Y(2)=36654.504A 506B 491C	X(9)=122161.280A 282B 278C	Y(9)=36140.306A 305B 306C
X(3)=123464.992A 993B 985C	Y(3)=36491.618A 614B 598C	X(10)=122420.804A 806B 798C	Y(10)=36254.410A 408B 408C
X(4)=123548.266A 266B 253C	Y(4)=36309.640A 636B 621C	X(11)=122721.278A 281B 269C	Y(11)=36254.509A 597B 595C
X(5)=123174.028A 027B 016C	Y(5)=37209.770A 772B 756C	X(12)=122729.061A 065B 051C	Y(12)=36150.331A 328B 325C
X(6)=123238.114A 113B 096C	Y(6)=37064.681A 685B 666C	X(13)=123088.770A 778B 758C	Y(13)=36151.273A 271B 263C
X(7)=123223.457A 458B 433C	Y(7)=37802.410A 415B 400C	X(14)=123320.443A 444B 424C	Y(14)=36252.591A 392B 380C

※A=無方向Y型A方法, B=無方向Y型B方法, C=方向角取り付けによる従来の平均法

次に本例題の観測精度の指標として、広く用いられている交点の平均方向角, X座標値, Y座標値の標準偏差 M_s, M_x, M_y (3つの端点から交点までのそれぞれの重量平均値の $S.D = \sqrt{\frac{[PVV]}{[P]\{n-1\}}}$ を方法BおよびCについて求めると、

	方法B	方法C
M_s (交点平均方向角S. D)	$\pm 1''$	$\pm 1.2''$
M_x (交点X座標のS. D)	$\pm 6\text{mm}$	$\pm 2.3\text{mm}$
M_y (交点Y座標のS. D)	$\pm 9\text{mm}$	$\pm 1.9\text{mm}$

また端点から最初の節点をみる方向角は

	方法B(計算値)	方法C(観測値)
T(301→9)	$10^\circ 20' 16.0''$	$10^\circ 20' 20''$
T(301→5)	$309^\circ 35' 22.9''$	$309^\circ 35' 2''$

T(339→1)	222° 28' 56.4"	222° 29' 5"
----------	----------------	-------------

である。M_a, M_b, M_cの値は方法 C から求めたものが測量実習の正しい観測精度を表わすもので、方法 B から求めた値が一見、高い精度に見えるが、これは端点での方向角 T(309→9)等がすべて計算値であり、Y型内部の辺長、夾角観測値に最も良く適合するようになっているためM_a±1"とほとんど計算誤差のオーダーになっているためである。

無方向多角網の観測精度を良く表現する値は、方法 A を計算する過程で求められる、3つの結合端路線の座標閉合差 D(X), E(Y)で以下の通りである。

(1)路線	301→339	D(X) = +19 ^{mm}	E(Y) = + 8 ^{mm}
(2)路線	339→317	D(X) = -28 ^{mm}	E(Y) = +14 ^{mm}
(3)路線	317→301	D(X) = -17 ^{mm}	E(Y) = -22 ^{mm}

上の値は、方法 C による交点座標の S.D, M_x = ±23^{mm}, M_y = ±19^{mm}のオーダーと良く適合しており、新潟測量実習の精度を表わしているといえよう。

次に方法 A, B, Cの相互の節点座標の食い違いがどの程度あるかを調べてみよう。

今 i 番目の節点座標 X_i, Y_iの食い違い(discrepancy)を δ_x(i), δ_y(i)とすると discrepancy の大きさは

$\delta(i) = \pm\sqrt{\delta_x(i)^2 + \delta_y(i)^2}$ これを 14 個の節点全部について平均した値を

$$\delta = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} \delta(i) \text{ とする。A, B, C の 3 方法について,}$$

$$\delta(A \sim B) = \pm 3.8_{\text{mm}}$$

$$\delta(A \sim C) = \pm 13.3_{\text{mm}} \dots \dots \dots (18)$$

δ(A~B)は端点での方向観測を用いないので残りの観測値はすべて共通であり同一の標本で加工方法が少々異なるだけであるから非常に小さな discrepancy である。それに対し、δ(A~C)は標本全体が等しいものでないから大きな値になるのは当然である。しかし、それでも約±13_{mm}と観測の S.D の範囲内に収まっているといえる。それでは方向角取り付け Y 型について同一の観測値を用いた簡易平均法と厳密網平均法(測角測距の重量計算に用いるM_a = 1.8", M_b = 1.0cm, K = 3 * 10⁻⁶ とする)との比較を行った結果 δ(C~厳密) = 8.1mm であり、同一標本を用いても簡易平均と厳密平均の間で上記の程度の discrepancy が生ずるのである。

6. コンパスルールによる簡易平均法と厳密網平均との discrepancy の特性

次に前節で用いた実習例題から端点方向角取り付け観測をはずした「無方向 Y 型多角」について、簡易平均と厳密平均の比較を行う。

よく行われているように、測角の重量 P_a = 1 とし、測距の重量 P_s は、それぞれの観測の分散に逆比例するから、

$$P_s = \frac{M_a^2 \cdot S_y^2}{(M_s^2 + k^2 \cdot S_a^2) \rho^2} \dots \dots \dots (19)$$

で求められる。従って 3 個のパラメータ、M_a, M_s, K の値の取り方により厳密網平均の結果は変化することになり、簡易平均法との discrepancy も変化する。

さて、我が国の作業規程では、測角の分散 M_a² に観測点および測標点における致心誤差(miscentering

error = r)の項が欠けている。C. R. Schwarzが記しているように、この項を入れると、分散 M_t^2 は

$$M_t^2 = S_0^2 + 2 \cdot (\rho'' \cdot \epsilon / S_{ij})^2 \dots \dots \dots (20)$$

となる。ただし S_0 は従来の1方向観測の標準偏差(秒単位)で測定の等級により決定された値である。第2項は多角測量のように節点間の距離 S_{ij} が短くなると無視できない大きな項となる。今回のY型多角網の平均辺長は $S = 245m$ であるが、測角両端での致心誤差 ϵ が不明である。今回の S_0 は10秒読みを2対回4読定として $4 \sim 5''$ 程度と考えられる。一方測距についても、距離に無関係な誤差 M_s に含まれる致心誤差 ϵ と位相差測定誤差の合成がどの程度になるか不明な点が多い。

以上のことから簡易平均法と厳密平均法を比較する上で、当面、 $M_s = 1.0cm$ 、 $K = 3 \cdot 10^{-6}$ と固定して、 M_t を $\pm 1''$ から $\pm 10''$ まで変化させ、各々の M_t に対する discrepancy

$$\bar{\delta} = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2}$$

、厳密網平均の単位重みの標準偏差 m_0 (単位秒)、および、すべての節点の誤差楕円の平均 $= m_0 \sqrt{Q}$ を表4に示した。ただし \sqrt{Q} は各節点の $\sqrt{Q_x + Q_y}$ の平均である。

表4 Y型無方向多角網の簡易～厳密の discrepancy

M_t (秒)	$\bar{\delta}$ (mm)	m_0 (秒)	$m_0 \sqrt{Q}$	$\frac{\bar{\delta}}{m_0 \sqrt{Q}}$
0.8"	7.3mm	0.76"	13.1mm	0.56
1.8	3.6	1.48	13.2	0.27
2.8	4.9	1.92	12.4	0.40
3.8	6.8	2.17	11.2	0.61
4.8	8.4	2.32	10.2	0.82
5.8	9.7	2.42	9.4	1.03
6.8	10.5	2.49	8.8	1.19
8.8	11.5	2.59	7.9	1.46
10.8	12.2	2.66	7.4	1.65

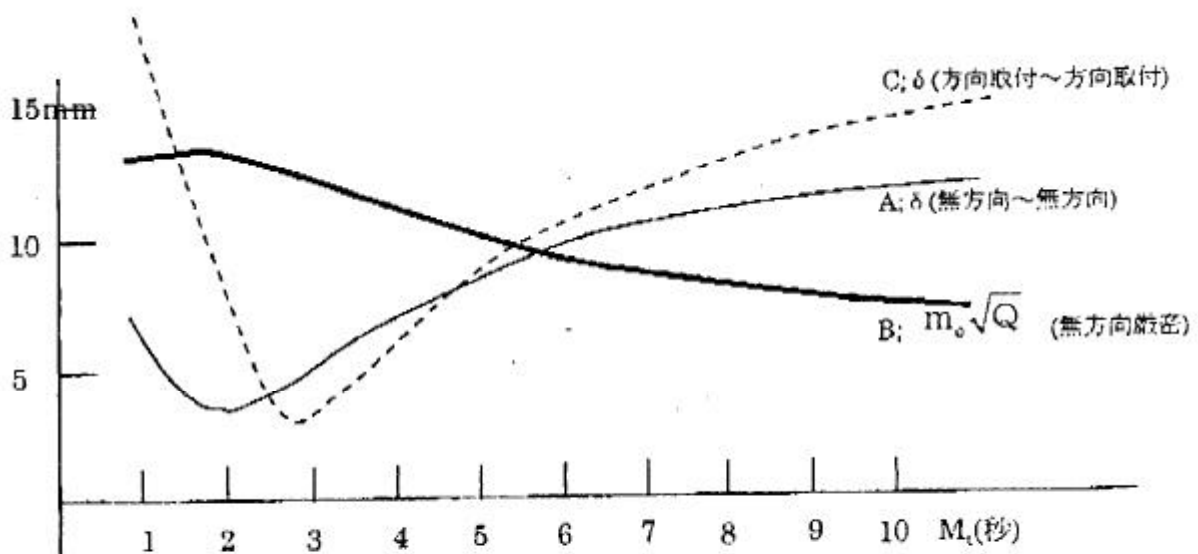


図5 M_t の変化に対する $\bar{\delta}$ と $M_0 \sqrt{Q}$ の変化

図5は M_i の変化に対する $\bar{\delta}$ (曲線A)と $m_0\sqrt{Q}$ (曲線B)である。 $M_i \approx 2''$ 前後で $\bar{\delta}$ の極小点が存在する。その点より M_i の値が大きくなっても discrepancy $\bar{\delta}$ は増大する。この極小点においては、 $\bar{\delta}$ はわずかに $\pm 3.5\text{mm}$ 程度であり、一方、誤差楕円の平均半径 $m_0\sqrt{Q} \approx 13\text{mm}$ であるから $\frac{\bar{\delta}}{m_0\sqrt{Q}}$ は30%以下である。

それでは同じY型例題について方向角取り付け観測値の簡易平均法と厳密平均法の discrepancy はどの様になるかを示したのが図5の曲線Cで、 $M_i \approx 3''$ 近くで極小点が存在する。また曲線CはAと比較して M_i に対する変化がよりシャープであるがコンパスルールに基づく簡易平均法の特長を示していると考えられる。周知のように、測角と測距の精度が釣り合っている場合は緯距、経距におよぼす観測誤差の影響は測辺長 S_{ij} に比例するとみられ、このことがコンパスルールのより所である(測距の精度が測角のそれに比べ明らかに悪いときはトランシット・ルールが使用される)。図5の discrepancy 極小点が厳密に測角と測距の等精度点($M_i \approx 8''$)に対応せず、それより数段良い($M_i \approx 2 \sim 3''$)位置になるのは以下の理由によると考えられる。

コンパスルールで理論上要求される測距の精度に等しいものは各節点での方向角の精度である。周知のように方向角は複数の夾角観測の合成であり、そのためには各夾角観測の精度は誤差伝播の理由から数段良くなければならないということである。

7. 厳密網平均の問題点及び結語

図5からも分かるように、厳密網平均法の解は測距、測角の分散、従って重量の取り方により変化する。特に市街地の多角測量のように短い辺長の測角について、(21)式のように、 M_i に致心誤差 ϵ の項を入れなければならない。このことは方向観測がそれぞれ異なる精度をもつことになり、シュライバーの消去式も異なる重量の一般化された式を用いるか、又はシュライバーの消去式を用いないアルゴリズムを使用しなければならない。

一方簡易平均法はa)アルゴリズムが簡単でポケコンで簡単にプログラムでき、b)新点の近似座標もあらかじめ計算する必要がなく、c)測距、測角の精度のバランスがとれ、かつ良好な今日では厳密平均との discrepancy も誤差楕円半径の数分の1に収まり充分実用に供されるといえる。